

平成 24 年 3 月

授 業 の 手 引 き

高等学校 数学

愛知県総合教育センター



はじめに

平成18年12月に、教育基本法が60年ぶりに改正され、それを踏まえて平成20年1月に中央教育審議会答申「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」が出されました。この答申では、現在の子どもたちの課題への対応の視点から、学習指導要領改訂の基本的な考え方として次の6点が示されました。

- ① 「生きる力」という理念の共有
- ② 基礎的・基本的な知識・技能の習得
- ③ 思考力・判断力・表現力等の育成
- ④ 確かな学力を確立するために必要な授業時数の確保
- ⑤ 学習意欲の向上や学習習慣の確立
- ⑥ 豊かな心や健やかな体の育成のための指導の充実

その中でも、特に、②を基盤とした③、⑤及び⑥が重要であるとされています。

数学科の改善の基本方針も、この基本的な考え方に沿っており、「数学的活動」の充実、「思考力・表現力」の育成、「数学の有用性」の実感等が挙げられました。特に、「数学的活動」については、思考力・表現力の育成と数学の有用性を実感させるのに重要な役割を果たすものであるとされ、必修科目の「数学Ⅰ」や多くの生徒の選択が見込まれる「数学A」に数学的活動を取り入れた「課題学習」が位置付けられました。今後、私たち数学の教員は、活用を意識した授業を一層重視し、生徒の「生きる力」を育てていく必要があります。

この「授業の手引き」は、初任の先生方を始め、多くの先生方の教科指導力の向上を目指して、平成3年に作成して以来、4回改訂したものを、今回さらに改訂したものです。今回の改訂は、黒板の使い方、ノート指導、発問のしかたなどの授業の基本と宿題の与え方や予習・復習などの家庭学習に関する指導、そして、今回の新学習指導要領の改訂のポイントである思考力・表現力・学習意欲を高める指導の留意点と課題学習についてまとめたものです。これらの授業の基本や留意事項を参考にして教科指導力の基礎を培い、一日も早く、多くの生徒のつまづくポイントを理解し、生徒に分かりやすい授業の構築に役立てていただきたいと思いますと考えております。

平成24年3月

高等学校教科指導の充実に関する研究（数学）研究協力委員

愛知県立日進高等学校	教諭	久野 雅人
愛知県立日進西高等学校	教諭	前田 憲一
愛知県立常滑高等学校	教諭	間瀬 政和
愛知県立豊田南高等学校	教諭	橋本 豊明
愛知県立岡崎高等学校	教諭	田中 紀子
愛知県立豊丘高等学校	教諭	松坂 知洋
愛知県総合教育センター	研究指導主事	齋藤 育浩

目 次

I	授業の前に・・・・・・・・・・・・・・・・	1
1	観点別学習状況の評価と評価の方法・・・	2
2	年間学習指導計画の作成・・・・・・・・	5
3	シラバスの作成・・・・・・・・・・	6
4	学習指導案の作成・・・・・・・・・・	8
資料	学習指導案の例・・・・・・・・・・	10
II	授業展開について・・・・・・・・・・	13
1	教材研究について・・・・・・・・・・	14
2	板書について・・・・・・・・・・	15
3	発問・指名について・・・・・・・・・・	16
4	机間指導について・・・・・・・・・・	18
5	例題及び練習問題の指導について・・・	19
6	プリント教材について・・・・・・・・・・	20
7	ノートの使い方について・・・・・・・・	22
8	ノート点検について・・・・・・・・・・	23
9	定期考査について・・・・・・・・・・	24
10	小テストについて・・・・・・・・・・	25
11	学力差に応じた指導について・・・・・・・・	26
12	グループ学習について・・・・・・・・・・	27
13	I C Tの活用について・・・・・・・・・・	28
資料	作業プリントの例・・・・・・・・・・	30
資料	サブプリントの例・・・・・・・・・・	33
III	家庭学習について・・・・・・・・・・	34
1	宿題・課題について・・・・・・・・・・	35
2	予習・復習について・・・・・・・・・・	36
IV	思考力・表現力・学習意欲について・・・	37
1	思考力を高める指導について・・・・・・・・	38
2	表現力を高める指導について・・・・・・・・	40
3	学習意欲を高める指導について・・・・・・・・	42
V	数学的活動と課題学習について・・・・・・・・	43
1	数学的活動について・・・・・・・・・・	44
2	課題学習について・・・・・・・・・・	46
資料	課題学習の事例 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{8}$ ・・・・・・・・	47
	参考文献・・・・・・・・・・・・・・・・	57

I 授業の前に

学校は、学習指導要領にしたがって教育課程を編成し、それを基に我々教員は年間学習指導計画を作成する。そして、この年間学習指導計画を基に、単元の指導計画を考え、授業計画を立てることになる。このように、年間学習指導計画は、授業を組み立てる上での羅針盤ともいえるもので、教科の目標達成や教員間の共通理解のためには必要不可欠のものである。P D C A（Plan：計画，Do：実践，Check：評価，Action：改善）サイクルをしっかりと機能させて学習評価を行い、学校、生徒の実態にあった計画的な指導をしていかなければならない。

1 観点別学習状況の評価と評価の方法

学習の評価は、生徒が教育の目標の実現に向けてどのように変容しているかを明らかにし、また、どのような点でつまずき、それを改善するためにどのように支援していけばよいかを明らかにする、言わば教育改善の方法とも言うべきものである。したがって、学習の評価を適切に行うことは学校の基本的な責務であるといえる。

また、生徒にとって評価は、自らの学習状況に気付き、自分を見つめ直すきっかけとなり、その後の学習や発達を促すという意義がある。生徒がそれぞれの個性や能力に応じて、自ら学び、自ら知識や技能を習得し、自ら創造的な活動を行えるよう支援していくことがこれからの教育と教員の重要な役割であると考えるとき、評価は大きな意味をもつ。

(1) 指導と評価の一体化

学校の教育活動は、表1の計画(P)、実践(D)、評価(C)、改善(A)という一連の活動を繰り返しながら、生徒のよりよい成長を目指して指導が行われている。すなわち、指導と評価とは別物ではなく、評価の結果によって後の指導を改善し、更に新しい指導の成果を再度評価するという、指導に生かす評価を充実させることが重要である。これを、指導と評価の一体化という。

今後、各学校における学習評価は、学習指導の改善や学校における教育課程全体の改善に向けた取組と効果的に結び付け、学習指導に係るPDCAサイクルの中で適切に実施されることが重要である。

表1

Plan	学校における教育課程の編成や、それに基づいた各教科等の学習指導の目標や内容のほか、評価規準や評価方法等、評価の計画も含めた指導計画や指導案の組織的な作成
Do	指導計画を踏まえた教育活動の実施
Check	生徒の学習状況の評価、それを踏まえた授業や指導計画等の評価
Action	評価を踏まえた授業改善や個に応じた指導の充実、指導計画等の改善

(2) 観点別学習状況の評価の在り方

学習指導要領の示す目標に照らして、その実現状況を見る絶対評価を一層重視し、観点別学習状況の評価を基本として、生徒の学習の到達度を適切に評価していくことが重要である。したがって、評価に当たっては、知識や技能の到達度を的確に評価することはもとより、自ら学ぶ意欲や思考力、判断力、表現力などの資質や能力までを含めた学習の到達度を適切に評価していくことが大切である。評価の4観点は「関心・意欲・態度」「思考・判断・表現」「技能」「知識・理解」とされ、高等学校数学は4観点のうち、「思考・判断・表現」を「数学的な見方や考え方」、「技能」を「数学的な技能」として表2のようにまとめられている。

表2

観点	趣 旨
関心・意欲・態度	数学の論理や体系に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それらを事象の考察に積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。
数学的な見方や考え方	事象を数学的に考察し表現したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、数学的な見方や考え方を身に付けている。
数学的な技能	事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。
知識・理解	数学における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。

(3) 評価規準の作成

観点別学習状況の評価が効果的に行われるようにするため、各観点ごとに評価規準を設定する。その際、評価規準は、「おおむね満足できる」状況(b)について設定し、それに照らして「十分満足できる」状況(a)や「努力を要する」状況(c)を判断する。作成の意義は以下の通りである。

- ・評価の信頼性・妥当性が高まる。
- ・指導の重点が明確になる。
- ・指導の工夫・改善が進む。
- ・生徒が学習する際の目当てとなる。

その際の留意点は以下の通りである。

- ・各単元で、全ての観点がそろおうようにする。
- ・あまり細かなものにならないようにする。
- ・観点ごとにできるだけ表現をそろえるとともに、平易な表現に心掛ける。
- ・生徒や保護者にも原則として公開する。
- ・生徒の状況を踏まえ、適宜更新する。

評価規準の語尾については、次のようにするとよい。

- 関心・意欲・態度 ～（し）ようとする
- 数学的な見方や考え方 ～（する）ことができる
- 数学的な技能 ～（する）ことができる
- 知識・理解 ～を身に付けている，～を理解している

以下に二次関数の評価規準の例を示す。（「おおむね満足できる」状況（b）を示す）

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
二次関数とそのグラフや値の変化に関心をもつとともに、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識し、二次関数を活用しようとする。	関数的な見方や考え方を身に付け、具体的な事象について関数を用いて考察することができる。	関数を用いて数量の変化を表現し、関数の値の変化を調べることができる。	二次関数とそのグラフ及び関数の値の変化における基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けている。

(4) 観点別学習状況の評価の進め方

観点別学習状況の評価を行うためには、授業時の様子(観察)、ワークシート、レポート、ペーパーテストなどの結果から適切に行う。いずれの評価方法を用いた場合にも、評価cと評価した場合には、その根拠を生徒に知らせ、同時に適切な指導をする。

ア 観察による評価

生徒の学習状況を日々の教育活動の中で把握する方法として、観察による評価は重要である。特に、関心・意欲・態度の評価においては、観察による評価の比重は他の観点より大きくなる場合が多い。その際、他の教員と評価に関わる意見交換を緊密に行い、観察による評価がより適切なものになるよう工夫改善をする必要がある。

イ ワークシートによる評価

普段の学習活動の評価で信頼性、客観性を高めるために、ワークシートを使用するのも一つの方法である。ただし、ワークシートは、利用の仕方によっては授業の流れを決めてしまい、活発な議論等ができなくなるような教室の雰囲気を作ってしまうことがある。また、教員が必要以上にワークシートに頼ってしまい単調な授業になることもあり得る。ワークシートの活用にはそのような授業にならないよう留意すべきである。

ウ レポートによる評価

レポート課題を課し、その結果を評価するのも有効な方法である。レポートを見ることにより、関心・意欲・態度の様子はもちろん、数学的な見方や考え方、知識・理解の様子も知ることができ、その生徒の学習到達度の状況を効率よく判断することができる。また、クラスやグループでレポートを発表する機会を設け、話し合いをする時間を設定することにより、生徒の学習到達度の状況を、より明確に知ることができる。

エ 総括的テストによる評価

単元テストや中間テスト、期末テストなど、評価の総括を行うことを主眼とするテストを総括的テストという。総括的テストでは、指導内容に即した内容だけではなく、知識や技能を活用するなど応用的な内容も出題する。これらのテストを作成するとき

図1 総括的テストの例

○○テスト	
問1	(関心・意欲・態度)
問2	(数学的な見方や考え方)
問3	(数学的な技能)
(1)	(2)
問4	(知識・理解)

も4つの観点を踏まえ、評価規準を基に作成する。

例えば、図1のように、各観点の学習の到達状況を見る問題を作成し、その結果から、おおむね満足できる状況であれば評価bを、十分満足できる状況であれば評価a、努力を要する状況であれば評価cを付ける。

名前	観点	単元テスト
愛知次郎	関心・意欲・態度	問1 a
	数学的な見方や考え方	問2 b
	数学的な技能	問3 a, b
	知識・理解	問4 a

(5) 観点別学習状況の評価の総括

観察、ワークシート、レポート、ペーパーテストなどの結果から、観点別学習状況の評価を出した後、その結果を基にして、単元ごと、あるいは、学期末、学年末等の総括評価を出す必要がある。以下にその一例を紹介する。

ア 単元における観点ごとの評価の総括

ここでは、二次関数における、グラフ、値の変化、単元テストで出された観点別の評価を総括する例を挙げる。

名前	観点	二次関数			二次関数の評価
		グラフ	値の変化	単元テスト	
愛知次郎	関心・意欲・態度	a, a	b, a	a	A
	数学的な見方や考え方	a	a, b	b	B
	数学的な技能	b, a	b, a	a, b	A
	知識・理解	a	a, a	a	A

例えば、aを2点、bを1点、cを0点として平均点を利用する。平均が1.5以上ならA、0.5以上1.5未満ならB、0.5未満ならCとする。また、単元テストの評価規準は複数の評価規準にまたがり、問題も総合的なものなので、評価は2倍することにする。

上記の場合、関心・意欲・態度では(a, a, b, a)と(a)であるから平均が1.8でA、数学的な見方や考え方では(a, a, b)と(b)であるから平均は1.4でBというように評価を出すことができる。同様にして、数学的な技能は平均が1.5でA、知識・理解は平均が2.0でAである。

イ 学期末、学年末における観点ごとの評価の総括

学期末や学年末では複数の単元を学習しており、単元ごとにA、B、Cの評価が出されている状況になる。それら複数のA、B、Cの評価から学期末あるいは学年末の観点ごとの評価を出すには、やはり単元ごとの総括の出し方と同様に、A、B、Cを点数化して処理したり、A、B、Cの個数に応じて評価するなど方法等が考えられる。

ウ 観点別学習状況の評価の評定への総括

評定は各教科・科目の学習の実現状況を総括的に評価するものであり、4観点による評価を十分踏まえながら評定付けを行っていく。観点別学習状況の評価の評定への総括においては、4観点の評価(左から「関心・意欲・態度」「思考・判断」「技能・表現」「知識・理解」)が「A, A, A, A」であれば「5」、「B, B, B, B」であれば「3」、「C, C, C, C」であれば「2」又は「1」にするとか、観点ごとの重み付けを異なるように設定して評定を出すなどの方法が考えられる。

2 年間学習指導計画の作成

1年間の学習内容とその評価規準及び指導時期についてまとめた表のことを、年間学習指導計画表という。

(1) 作成の意義

- ア 年間の指導計画が明らかになり、進度の目安にすることができる。
- イ 評価の観点、評価規準及び評価方法を計画的に設定することにより、指導内容に関する共通理解を図ることができる。
- ウ 学年末に、実際の進度と年間学習指導計画を比較検討することにより、生徒の実態にあった年間学習指導計画を作成することができ、次年度以降の指導に生かすことができる。

(2) 作成の手順

- ア 3年間の指導内容と単位数から、年間の指導内容を決定する。
- イ 学校行事を考慮しながら、月ごとの指導内容及び配当時間を決定する。
- ウ 各単元に対し、バランスよく4観点を評価できるよう決定する。
- エ 各評価の観点に対し具体的な評価規準及び評価方法を決定する。

(3) 作成上の留意点

- ア 学習指導要領を遵守した指導内容であること。
- イ 前年度の反省を生かしながら作成する。
- ウ 学習内容と評価規準を明確にする。

(4) 年間学習指導計画の例

年間学習指導計画は各学校で異なる。以下は参考例である。

愛知県立〇〇高等学校

平成〇〇年度 年間学習指導計画表

校長	教頭	教務主任	教科主任

教科	数学	科目	数学 I	単位数	3	学年	1	学級	1組～7組	指導者	
教科書	高等学校数学 I (〇〇書籍)							問題集	〇〇数学 I (〇〇出版)		

学期	月	学習内容	配当時間	評価の観点	評価規準	評価方法
1学期	4	第1章 数と式 1 式の計算 1 整式 2 整式の加法・減法・乗法 3 因数分解	8	a, c c, d	・式の展開の扱い、式を目的に応じて変形したり、式を見通しをもって扱ったりすることができる。 ・乗法公式を利用して計算が速やかにできる。	観察 ノート 小テスト
	5	2 実数 1 実数 2 根号を含む式の計算	4	a, b c, d	・実数が演算に関して閉じていることや、直線上の点と1対1に対応していることなどについて理解できる。 ・簡単な無理数についてその四則計算ができ	観察 ワークシート

期						
---	--	--	--	--	--	--

評価の観点：a(関心・意欲・態度)，b(数学的な見方や考え方)，c(数学的な技能)，d(知識・理解)

実施授業時数	1組	2組	3組	4組	5組	6組	7組
1学期							
2学期							
学年末							

3 シラバスの作成

(1) 作成の意義

シラバス(syllabus)とは各科目の概要や授業内容、予定、評価方法等についてまとめた計画書である。年間学習指導計画が教員の指導計画であるのに対して、シラバスは、生徒や保護者に学習内容の概観を分かりやすく説明するものである。

ア 生徒に示す意義

シラバスで、各科目の授業内容を事前に示すことで、生徒の興味・関心を高め、学習意欲を向上させることができる。また、授業の予定を示すことで、計画的な学習を促進でき、積極的な授業参加を促すことができる。

イ 保護者に示す意義

シラバスで、各教科の概要や評価方法など教科の指導方針を積極的に公開することにより、保護者が学校の教育活動について理解する機会とすることができ、保護者との信頼関係の構築に役立てることができる。

(2) 掲載する項目

ア 基本的な事項

基本的な事項として、科目名、履修学年、類型等を記載する。また、必修、選択履修の別、教科書や問題集など使用する教材等も記載するとよい。

イ 科目の目標

年間を通しての学習の目標や学習のねらいを記載する。また、生徒に身に付けさせたい力等についても記載するとよい。

ウ 評価規準及び評価の方法

評価の観点、評価規準及び評価方法を記載し、評価方針を明らかにしておく。

エ 指導計画と学習内容

年間学習指導計画を基に、指導計画と学習内容を分かりやすく記述する。また、評価の観点や評価方法についても記載し、計画的な評価に心掛ける。

(3) 作成上の留意点

ア 表現等について

生徒や保護者に向けて作成するものなので、生徒主体の表現にし、分かりやすく記述する。また、A4判1～2枚程度にまとめる。

イ 綿密な計画のもとに作成

シラバスは公開を念頭に作成するもので、生徒や保護者に対する公約でもある。したがって、記載内容と実際の指導内容が大幅に食い違うことのないよう、綿密な計画のもとに作成しなければならない。

ウ 目指す生徒像の明確化

各分野を学習することで、生徒にどのような力が身に付くかを明らかにする。

エ 生徒の学習意欲の向上

シラバスを見ることにより、生徒が興味をもち、生徒の主体的な学習を促すように配慮する。

(4) 指導後のシラバスの見直し

その科目の指導後、シラバスや指導計画について教科会で見直し、改善すべき点等を挙げ、次年度のシラバスや指導計画にその結果を反映させるようにする。

(5) シラバスの例

数学Ⅰ シラバス

年度	科目名	単位数	学科(類型)	履修
平成24年度	数学Ⅰ	3単位	普通科	必修
使用教科書	「高等学校 数学Ⅰ」(〇〇出版)			
副教材等	教科傍用問題集「基礎力アップ 数学Ⅰ」(〇〇出版) 参考書「学力アップ 数学Ⅰ」(〇〇書籍)			

科目の目標

数と式、図形と計量、二次関数及びデータの分析について理解し、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図ります。また、事象を数学的に考察する能力を培い、数学のよさを認識できるようにするとともに、それらを活用する態度を育てることを目標とします。

評価の観点、評価規準及び評価の方法

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
数学的活動を通して、数と式、二次関数、図形と計量及びデータの分析における考え方に関心をもつとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを事象の考察に活用しようとすることができるか。	数学的活動を通して、数と式、二次関数、図形と計量及びデータの分析における数学的な見方や考え方を身に付け、事象を数学的に捉え、論理的に考えるとともに思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えることができるか。	数と式、二次関数、図形と計量及びデータの分析において、事象を数学的に考察し、表現し処理する仕方や推論の方法を身に付け、的確に問題を解決することができるか。	数と式、二次関数、図形と計量及びデータの分析における基本的な概念、原理・法則、用語・記号などを理解し、基礎的な知識を身に付けているか。
評価の方法	学習状況等の観察、課題・レポート等の提出状況、定期考査及び小テストをはじめ各種テスト等により総合的に評価します。		

学習の計画

月	学習内容	学習のねらい	評価の観点			
			a	b	c	d
4	1 数と式 (1) 数と集合 ア 実数 イ 集合	<ul style="list-style-type: none"> 数を実数まで拡張し、簡単な無理数の四則計算ができるようにします。 集合の意味や用語を学習します。 部分集合、共通部分、和集合、全体集合と補集合など、集合間の関係を考察します。 ド・モルガンの法則を理解し、それをを用いて集合の要素の個数が求められるようにします。 命題「$p \Rightarrow q$」の真偽と条件p、qの表す集合P、Qの包含関係との関係を学習します。 必要条件、十分条件、必要十分条件について学習します。 逆・裏・対偶とそれらの相互関係について学習します。 対偶を利用した証明及び背理法による証明ができるようにします。 	○		○	○
5	(2) 式 ア 式の展開と因数分解 イ 式 (7) 式の展開と因数分解 (4) 一次不等式	<ul style="list-style-type: none"> 整式について理解し、整式の加法・減法ができるようにします。 指数法則、分配法則、乗法公式を使って整式の乗法ができるようにします。 二次の乗法公式及び因数分解の公式の理解を深め、目的に応じて式を適切に変形できるようにします。 不等式の解の意味や不等式の性質について理解し、一次不等式の解を求めたり一次不等式を事象の考察に活用できるようにします。 	○	○	○	○

※評価の観点：a(関心・意欲・態度)、b(数学的な見方や考え方)、c(数学的な技能)、d(知識・理解)

4 学習指導案の作成

(1) 作成の意義

学習指導案は、1時間の授業の流れをまとめた授業の設計図で、以下の目的で作成する。

- ア 授業の目的をはっきりさせる。
- イ 教材内容の理解を更に深める。
- ウ 子どもの実態を見直す機会にする。
- エ 授業の目的を達成させるために、対象生徒に最適な、指導法、発問、課題、支援等について検討し、頭に思い浮かべている断片的な授業展開を1つに整理する。
- オ 実践後、学習指導案と実際の授業展開について考える機会を設け、課題があれば検討し、今後の指導力向上に役立てる。

(2) 作成上の留意点

- ア 単元の目標
 - ・学習指導要領や指導書を参考に具体的に設定する。
 - ・生徒に身に付けさせたい力等を総括的に記述する。
- イ 指導と評価の計画
 - ・年間学習指導計画を基に、指導の計画、評価の観点及び評価の方法を記述する。
 - ・観点別評価の4観点のうち、どの観点を評価するかを記述し、どこまでできたらおおむね満足(到達度b)か指標となるものを記述する。
 - ・毎時間、4観点の全てを評価するのではなく、単元全体の中で4観点をバランスよく評価できるように計画する。
 - ・評価の方法は、観察、ノート点検、小テスト、ワークシートなどが考えられ、評価する観点到に適した方法を選択する。
 - ・評価規準については、国立教育政策研究所の以下の報告書に詳しく書かれているので参考にするとよい。

「評価規準の作成、評価方法の工夫改善のための参考資料（高等学校）」

— 評価規準、評価方法等の研究開発（報告）— 平成16年3月

http://www.nier.go.jp/kaihatsu/kou-sankousiryuu/html/index_h.htm

- ウ 本時の目標
 - ・単元の目標を達成するために、本時の学習を通して、生徒に見付けさせたい資質や能力を明確にし、目指す生徒像について記述する。
 - ・文末を「～できるようにする」「～求められるようにする」などとするとよい。

エ 本時の展開

(ア) 導入（5分～10分程度）

- ・生徒の興味・関心を高める話題を準備し、本時の授業展開につなげる。
- ・前時の内容の簡単な復習をする。

(イ) 展開（40分程度）

- ・本時の目標を達成するための学習内容等について記述する。
- ・過剰な指導計画を立てず、少し余裕をもたせ、生徒の主体的な活動が中心になるように計画する。

(ウ) まとめ（5分～10分程度）

- ・本時の授業を振り返り、大切なポイントについてまとめる。
- ・次時の予告や課題の確認をする。

本時の展開を記入する表の例

	学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
導入			
展開			
まとめ			

(エ) 学習内容

- ・学習する内容や取り組む問題について記述する。

(オ) 学習活動

- ・生徒の学習活動を具体的に記述する。
- ・予測される生徒の誤答なども記述するとよい。
- ・生徒の立場で記述するので、文末は「～を考える」「～をする」「～を解く」などとするとよい。

(カ) 指導上の留意点・評価

○指導上の留意点

- ・本時の目標を達成するための具体的な指導や工夫などを記述する。
- ・生徒の間違いやすいポイント，強調すべきことを記述する。
- ・予測される誤答に対する教員の支援などを記述する。
- ・演習等を早く終えた生徒に対する指示などを記述する。
- ・教員の立場で記述するので，文末は「～について考えさせる」「～を指導する」「～に留意する」などとするとよい。

○評価

- ・観点別評価の4観点のうち，どの観点を評価するかを記述する。また，その評価方法も記述する。
- ・ここまでできたら（到達度）満足という指標を記述する。
- ・生徒の立場で記述するので，文末は，
関心・意欲・態度……………「～しようとする」「～に興味をもつ」
数学的な見方や考え方…「～捉えることができる」「～考えることができる」
数学的な技能……………「～解くことができる」「～処理することができる」
「～方法を身に付けている」
知識・理解……………「～知識を身に付けている」「理解している」
などとするとよい。

オ 本時の評価基準

- ・本時の目標を基に，評価方法，おおむね満足できると判断できる状況（b），十分満足できると判断する状況（a）について記述する。
- ・努力を要すると判断された生徒への対応（c）の欄には，おおむね満足できると判断できる状況（b）にまで到達させるための支援策を記述する。

カ 御高評

授業参観をしてくださる先生がコメントを記述する場所なので，適切な行間を確保する。

(3) 添付資料

ア 教科書及び補助教材のコピー

- ・教科書及び補助教材の，本時の授業に該当するところを資料として添付する。

イ 板書計画

- ・板書する内容は，事前の教材研究及び指導計画を立てる際に考えておく必要がある。板書する順番，場所，また，どの内容を消さずに残し最後のまとめで活用するかなど，綿密に計画し，学習内容の効果的な定着を図る。
- ・板書計画を見ることにより，1時間の授業の流れが分かるようにする。

例 1 (細案)

数学科 (数学 I) 学習指導案

指導者 ○○ ○○ 印

- 1 日 時 平成○○年○○月○○日 (○曜日) 第○限
- 2 学 級 ○年○組 (普通科理系) 男子○○名 女子○○名 合計○○名
- 3 学 級 観 活発で、積極的に授業に参加する生徒が多い。
- 4 使用教材 教科書 ○○○「数学 I」 副教材 ○○○○
- 5 単 元 第 3 章 2 次関数
- 6 単元の目標

2 次関数について理解し、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識するとともに、それを具体的な事象の考察や 2 次不等式を解くことなどに活用できる。

7 指導と評価の計画 (全体 20 時間)

(1) 指導計画

- 第 1 節 2 次関数とそのグラフ 8 時間
 第 2 節 2 次方程式・2 次不等式 10 時間 (本時 5 / 10)
 課題学習 2 時間

(2) 評価計画

第 2 節の指導内容及び評価計画

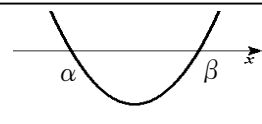
	授業内容	学習活動における具体的な評価規準	評価方法
第 1 時	2 次方程式 ・因数分解による解法 ・解の公式による解法	・ 2 次方程式に興味をもち、因数分解や解の公式を活用して 2 次方程式の解を求めようとする。 (関心・意欲・態度)	観察
第 2 時	2 次方程式の実数解の個数	・ 2 次方程式の判別式の負号と実数解の個数の関係を理解している。 (知識・理解)	ワークシート
第 3 時 4 時	グラフと 2 次方程式 ・グラフと x 軸との共有点の座標 ・グラフと x 軸との位置関係	・ 因数分解や解の公式を活用して x 軸との共有点を求めることができる。 (数学的な技能) ・ グラフと x 軸との位置関係を、判別式を用いて考察することができる。 (数学的な見方や考え方)	観察 ワークシート
第 5 時 8 時	2 次不等式 ・グラフと 1 次不等式 ・グラフと 2 次不等式 x 軸と 2 点で交わる x 軸と接する x 軸と共有点なし	・ 2 次不等式の解に関心をもち、2 次関数のグラフを活用して 2 次不等式の解を求めようとする。 (関心・意欲・態度) ・ 2 次不等式の解を 2 次関数のグラフを用いて考察することができる。(数学的な見方や考え方)	観察 ワークシート 小テスト
第 9 時 10 時	2 次不等式の応用 ・連立不等式 ・ 2 次方程式の解 2 次不等式のまとめ	・ 2 次関数のグラフを活用して 2 次不等式の解を求めることができる。 (数学的な技能) ・ 2 次不等式の解の意味を 2 次関数のグラフとの関係から理解している。 (知識・理解)	プリント 小テスト

8 本時の目標

- (1) 1 次関数のグラフと 1 次不等式の解との関係を理解し、グラフを活用して 1 次不等式を解けるようにする。
- (2) 2 次関数のグラフが x 軸と 2 点を共有する場合、そのグラフと関連付けて 2 次不等式の解を考察できるようにする。

9 本時の展開

	学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
導入	○ 1 次不等式の復習 問 次の不等式を解け。 また解を数直線上に表せ。 $2x - 4 > 0$	○ 1 次不等式 $2x - 4 > 0$ を解く。 ○ 解を数直線上に図示する。	○ グラフを用いずに 1 次不等式を解かせる。 ○ 数直線で、解の存在範囲を図示させ、解の意味を説明する。

展 開	<p>○グラフを用いて1次不等式を解く</p> <p>例1 グラフを用いて次の不等式を解け。 $2x-4>0$</p> <p>問1 グラフを用いて次の不等式を解け。 (1) $3x+6>0$ (2) $-x+4<0$</p>	<p>○$y=2x-4$のグラフをかく。 ○$y=0$となるxを求める。 ○$y>0$となるxの範囲を求める。</p> <p>○問1を解く。</p>	<p>○$y=2x-4$のグラフをかかせ、 $y=0$となるxを質問する。 ○$y>0$となるxの範囲を質問する。 ○不等式の解の範囲を、グラフを用いて視覚的に捉えることができることを強調する。 ○問1を解くように指示する。 ○机間指導をして理解できない生徒を指導する。 ○指名して解を板書させる。 ○2次関数のグラフを活用して2次不等式の解を求めようとする。</p> <p style="text-align: right;">関心・意欲・態度</p>
	<p>○2次不等式</p> <p>例2 グラフを用いて次の不等式を解け。 $x^2-2x-3>0$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;">  <p style="margin: 0;">$ax^2+bx+c=0$の解をα, β $ax^2+bx+c>0$の解は$x<\alpha, \beta<x$ $ax^2+bx+c<0$の解は$\alpha<x<\beta$</p> </div> <p>例3 次の2次不等式を解け。 (1) $x^2-9x+20>0$ (2) $2x^2-7x+6\leq 0$</p> <p>問2 次の2次不等式を解け。 (1) $x^2-4x-12<0$ (2) $3x^2+x-4\geq 0$</p> <p>例4 2次不等式 $x^2-2x-1<0$を解け。</p> <p>問3 次の2次不等式を解け。 (1) $x^2+2x-4>0$ (2) $x^2-4x+1\leq 0$</p>	<p>○$y=x^2-2x-3$のグラフをかく。 ○$y=0$となるxを求める。 ○$y>0$となるxの範囲を求める。</p> <p>○例3を解く。</p> <p>○問2を解く。</p> <p>○$y=x^2-2x-1$のグラフとx軸との交点は、解の公式を用いて求める。 ○2次不等式$x^2-2x-1<0$を解く。 ○問3を解く。</p>	<p>○$y=x^2-2x-3$のグラフをかかせ、$y=0$となるxを質問する。 ○$x^2-2x-3>0$となるxの範囲はグラフで、$y>0$となるxの範囲に該当することを説明する。 ○$x^2-2x-3\geq 0, x^2-2x-3<0, x^2-2x-3\leq 0$のようになった場合の解を聞く。 ○指名して解を板書させる。 ○早く解けた生徒に問2を解くように指示する。</p> <p>○指名して解を板書させる。 ○早く解けた生徒にワークシートの1番を解くように指示する。</p> <p>○生徒に質問しながら解答する。 ○$y=x^2-2x-1$とx軸との交点のx座標を質問する。 ○2次不等式$x^2-2x-1<0$の解を質問する。 ○指名して解を板書させる。 ○早く解けた生徒にワークシートの2番を解くように指示する。</p>
ま と め	<p>○本時のまとめ ○宿題の指示</p>	<p>○本時のポイントを確認する。</p>	<p>○黒板のまとめを利用して、本時のポイントを確認する。 ○ワークシートの1, 2番を次回までに解いてくるように指示する。</p>

10 本時の評価基準

学習の目標	評価方法	評価基準		努力を要すると判断された生徒への対応(c)
		おおむね満足できると判断できる状況(b)	十分満足できると判断する状況(a)	
2次関数のグラフが x 軸と2点を共有する場合、そのグラフと関連付けて2次不等式の解を考察できるようにする。	観察及びワークシートの記述による。	2次不等式の解を関数のグラフを用いて求めることができる。	2次不等式の解について、2次関数のグラフを用いて考察することができる。	机間指導のときにグラフの活用方法を指導する。

11 御高評

例2 (略案)

数学科 (数学 I) 学習指導案

指導者 ○○ ○○ 印

- 1 日 時 平成○○年○○月○○日 (○曜日) 第○限
- 2 学 級 ○年○組 (普通科理系) 男子○○名 女子○○名 合計○○名
- 3 学 級 観 活発で、積極的に授業に参加する生徒が多い。
- 4 使用教材 教科書 ○○○「数学 I」 副教材 ○○○○
- 5 単 元 第3章 2次関数
- 6 単元の目標

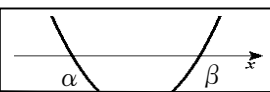
2次関数について理解し、関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識するとともに、それを具体的な事象の考察や2次不等式を解くことなどに活用できる。

- 7 指導計画
 - 第1節 2次関数とそのグラフ 8時間
 - 第2節 2次方程式・2次不等式 10時間 (本時 5/10)
 - 課題学習 2時間

- 8 本時の目標

2次関数のグラフが x 軸と2点を共有する場合、そのグラフと関連付けて2次不等式の解を考察できるようにする。

- 9 本時の展開

	学習内容	学習活動	指導上の留意点・評価
導入	○1次不等式の復習 問 次の不等式を解け。 また解を数直線上に表せ。 $2x-4>0$	○1次不等式 $2x-4>0$ を解く。 ○解を数直線上に図示する。	○グラフを用いずに1次不等式を解かせる。 ○数直線で、解の存在範囲を図示させ、解の意味を説明する。
展開	○グラフを用いて1次不等式を解く 例1 グラフを用いて次の不等式を解け。 $2x-4>0$ 問1 グラフを用いて次の不等式を解け。 (1) $3x+6>0$ (2) $-x+4<0$	○ $y=2x-4$ のグラフをかく。 ○ $y=0$ となる x を求める。 ○ $y>0$ となる x の範囲を求める。 ○問1を解く。	○ $y=2x-4$ のグラフをかかせ、 $y=0$ となる x を質問する。 ○ $y>0$ となる x の範囲を質問する。 ○不等式の解の範囲を、グラフを用いて視覚的に捉えることができることを強調する。 ○問1を解くように指示する。 ○机間指導をして理解できない生徒を指導する。 ○指名して解を板書させる。 ○2次関数のグラフを活用して2次不等式の解を求めようとする。 関心・意欲・態度
	○2次不等式 例2 グラフを用いて次の不等式を解け。 $x^2-2x-3>0$ 	○ $y=x^2-2x-3$ のグラフをかく。 ○ $y=0$ となる x を求める。 ○ $y>0$ となる x の範囲を求める。 ○ $ax^2+bx+c=0$ の解を α, β ○ $ax^2+bx+c>0$ の解は $x<\alpha, \beta<x$	○ $y=x^2-2x-3$ のグラフをかかせ、 $y=0$ となる x を質問する。 ○ $x^2-2x-3>0$ となる x の範囲はグラフで、 $y>0$ となる x の範囲に該当することを説明する。 ○ $x^2-2x-3\geq 0, x^2-2x-3<0$
	(1) $x^2+2x-4>0$ (2) $x^2-4x+1\leq 0$	問3を解く。	合の解を聞く。 ○指名して解を板書させる。 ○早く解けた生徒にワークシートの2番を解くように指示する。
まとめ	○本時のまとめ ○宿題の指示	○本時のポイントを確認する。	○黒板のまとめを利用して、本時のポイントを確認する。 ○ワークシートの1, 2番を次回までに解いてくるように指示する。

Ⅱ 授業展開について

=== 教科指導力の向上 ===

我々教員は、生徒に分かりやすい授業をするために教科指導力の向上を目指して、日々、努力していく必要がある。その教科指導力としては、

① 教員の数学に関する知識・能力

数学に関する知識・能力を高め、高い見地から指導内容を捉え、指導できるようにする。

② 授業に関する基本的な知識・技能

板書の仕方、発問の仕方など、授業に関する基本的な知識・技能を身に付け、効果的な授業展開ができるようにする。

③ 生徒把握と指導のテクニック

生徒のつまづくポイントを押さえた授業展開を考えたり、生徒の誤答を授業に生かすなど生徒把握を十分行い、多様な指導法を身に付け、生徒の状況に応じた指導ができるようにする。

の3つが考えられ、どの1つが欠けても、いい授業をすることはできない。

1 教材研究について

授業では、限られた時間内に興味・関心を高め、大切な内容を教え、教えた内容の定着を図らなければならない。生徒の実態にあった効果的な授業を行うためには、事前に教科書、問題集等に目を通し、本時の目標、指導内容等を確認し、指導方法、取り上げる問題等を検討して、授業に臨む、いわゆる教材研究が重要である。

1 目的

(1) 指導内容の確認

本時の指導目標及び指導内容を確認して、指導方針を決定し、授業の流れを確認する。

(2) 教具・プリント等の準備の必要性

指導の中で、生徒の理解を支援するために、教具やICT機器を活用すると効果的な場合がある。また、定着を図るために演習プリント等を使用し、時間を効率よく使うことも考えられる。教材研究の段階で必要な物をリストアップし準備する。

(3) 指導力の向上

授業は、教員の指導と生徒の理解がかみ合っている必要がある。教材研究で、生徒の実態にあった効果的な指導法を常に考え、自らの指導力を向上させていかなければならない。

2 教材研究の留意点

(1) 指導計画の立案

指導すべき内容がどのくらいあるのか列挙し、指導内容が多すぎた場合、複数の時間に分けて指導するなど指導計画を綿密に立てることが重要である。

(2) 授業展開の具体化

授業のねらいを明確にするとともに、教員が教えること、発問する内容、板書計画、机間指導計画など細部にわたって授業展開を計画しておく必要がある。また、それに伴い、生徒に考えさせること、予測される誤答やそれに対する指導なども考慮しておく必要がある。

(3) 展開の工夫

今まで学習したことと、本時の授業における学習内容がどのように関連しているかを、生徒に分かりやすく、興味・関心を更に高められるよう展開を工夫する必要がある。また、授業は、それぞれの学級で進度状況が違い、個々の生徒のつまずきの箇所など千差万別であり、画一的な授業展開はあり得ない。生徒の実態に併せて、授業の展開も工夫する必要がある。

(4) 教具やICT機器の活用

教具やICT機器を活用すると、生徒は視覚的に捉えることができ、理解しやすく、興味・関心が高まって、指導内容の定着がよいことが分かっている。積極的に利用しよう(P.28参照)。

(5) 生徒の興味・関心を高める話題の準備

教科書の内容に加えて、生徒が興味・関心をもつような話題を準備できると効果的である。今学んでいる内容が日常生活にどのように生かされているのか、また、将来どのように発展するかなど、生徒が興味・関心を抱くよう工夫することが大切である。また、これらの知識や話題を数多く知っておくことにより、自分の授業の幅が広がり、いろいろな授業展開を考えることができる。

(6) 指導内容の発展性

指導内容が今後、どのように発展していくかを話すことにより、生徒の興味・関心を高め、次の学習に円滑に入れるようにしておくことも重要である。また、高校の範囲で学習した内容が、大学での学習においてどのように発展していくのかというアウトラインだけでも示唆すると、より高度な数学への興味・関心が高まり、研究したいという気持ちを芽生えさせることができる。

2 板書について

板書は授業の基本である。単に教科書の内容を板書するのではなく、学習する内容を効率よく理解させ、定着させるためには、書く内容やまとめ方等を工夫する必要がある。また、生徒は、板書の内容をそのままノートに書き写す傾向がある。したがって、板書計画を立てるとき、授業時における見やすさだけに注意を払うのではなく、生徒がノートにとった後、見やすく、分かりやすくまとまっていることが大切である。具体的に、板書の技法や留意点について示す。

1 板書の技法

(1) 黒板の使い方

黒板は三分割程度に分けて、板書する。窓からの反射等で見にくい席の生徒にも配慮し、左端、右端の使用を避ける。

(2) チョークの色

チョークの色は、重要事項の強調や、込み入った図形が分かり易く見えるような効果を考え、使用する。白一色で単調にならないように普段から心掛ける。また、赤色、青色は見えにくいので、使用には注意を要する。

(3) 文字の大きさ

文字の大きさは、後ろの席の生徒でもしっかりと分かる大きさと書く。特に、まだ黒板に書くのが慣れていない先生は、小さく書く傾向があるので注意する。逆に、文字が大きすぎても、整然としたまとまりのある板書ができないので注意する。ベテランの先生の板書を見て、適切な文字の大きさと板書できるようにする。

(4) 立ち位置

板書する立ち位置は、生徒が板書を写すことが出来るようなところにし、なるべく黒板が見えるように配慮する。また、長時間にわたり黒板の方ばかり向いていることのないように気を付ける。生徒の反応を確かめながら、説明と板書を上手に組み合わせていくことが重要である。

2 板書の留意点

(1) 教科書の該当ページの記入

教科書の該当ページを板書し、ノートにも書くよう指示する。生徒が後で教科書とノートで復習をするときに分かりやすい。また、授業をした日にちも併せて記録しておく、いつ頃どんなことをやったかが分かりやすくなる。

(2) 重要事項のまとめ方

定理や公式など、大切な内容を整理して板書した場合、線で囲ったり、色チョークで強調したりするなど分かりやすくまとめる。また、そのまとめをその後の解説や授業の最後に活用する予定ならば、まとめを黒板の端に書き、消さないで残しておく。

(3) 分かりやすいグラフや図形

グラフや図形は分かりやすく丁寧にかくようにする。分かりやすい図形をかくことにより、生徒は視覚的に捉えることができ、理解が深まる。特に空間図形では、見る角度を変えることにより理解できる場合があるので、異なる角度から見た図もかけるようにしておく。また、板書の図だけに頼らずに、模型などを用いて理解を助けることも重要である。

(4) ノートを取る時間

板書するスピードは速くてもかまわないが、生徒が書き写す時間はしっかりとる。生徒が写し終える前に消してしまうと、生徒はノートを取る気力が失せてしまう。

(5) 綺麗で分かりやすい字

板書する字は、分かりやすく教科書のように楷書で丁寧に書く。また、数字、アルファベットも教科書と同じ表記で書く。 α と小文字のaなどは区別できるように配慮する。

3 発問・指名について

教員が発問して生徒を指名し解答させるという一連の流れは、普段の授業において普通に行われていることであるが、この発問・指名には、大切な目的があり、単調に行うのではなく、教育効果を高められるように行うことが重要である。

1 発問・指名の目的

(1) 発問

ア 学習の理解度を確認する

発問して、学習した内容が理解できているかを確認し、学習の定着具合をみることは大切なことである。授業の導入部分で前時の復習をしたり、授業のまとめの部分で本時の学習内容の確認を行ったりするのに効果的である。

イ 思考を促す

別解を考えさせたり、条件を変えて解答させたりするなど、発問の仕方を工夫することにより、生徒の思考を促し、更に理解を深めさせることができる。思考力を高める効果的な指導法である。

ウ 興味・関心を高める

学習内容に関連させて身近な事象や学習内容の将来的な展望に触れ、生徒に疑問や課題を投げかけることにより、学習意欲を向上させることができる。単元の導入部分で、今から学習する内容に興味・関心をもたせたり、単元の最後に、今回学習したことを、どのようにすれば活用していけるだろうかといった問い掛けをしたりして、今後につなげたいときに有効である。

(2) 指名

ア 意図的に行う

発問後、机間指導をしていると、授業で習った解答と異なる方法で解答している答案や、生徒によくある誤答を発見することがある。このようなときは、全体の前で、該当する生徒を指名して解答させ、着眼点や発想のポイント、誤答の原因などをクラス全体で考えさせ、理解を深めさせることができる。

イ 偶発的に行う

規則的に指名するのではなく、ランダムに指名をすることにより、クラス全員に考えさせたり、授業に緊張感をもたせたりすることができる。授業の中で更に思考を深めさせたいときや、授業の開始時に集中力を高めたいときに行うと有効である。

ウ 挙手をさせて行う

発問に対して、答える意志がある生徒に挙手をさせ指名する方法である。別解など他と異なる意見を聞きたいときなどに行うと有効である。

2 発問・指名・返答についての留意点

(1) 発問の留意点

ア 発問の内容が明確であること

発問内容が、分かりにくく、何を考えたらいいのか、どう答えたらいいのか、生徒が返答に困る発問はよくない。発問の内容を明確にし、考える方向性をしっかりとさせた発問をする。

イ 発問してから指名すること

指名をしてから発問すると、指名された生徒以外は考えようとしなないため、発問の意味がなくなってしまう。全員に考えさせるために、先に発問してから全員に考えさせて指名する。

ウ 考えさせる時間をとること

発問しても、考えている途中で遮ってしまうと、まとまりかけていたものが中途半端になってしまう。また、その気になっていたところを遮られたために、考える気力も失せてしまう。発問したら必ず考える時間を取り、生徒の学力向上に確実につなげていく必要がある。

エ 計画的に発問を準備すること

教材研究の段階で、思考を深める発問や、興味・関心を高める発問などはあらかじめ準備しておくといよい。良質の発問を準備し、効率よく生徒の思考力を高め、学習内容の深い理解を促していきたい。

(2) 指名についての留意点

ア 名前で指名すること

指名するときは生徒の人格を尊重し、「〇〇さん」「□□君」と呼ぶことを原則とする。親近感が湧くからといってニックネームで指名するのは好ましくない。また、日付や時間から名簿番号に関連させ、番号で指名するのは控えるべきである。

イ 一部に偏らないこと

指名は偏りがないように心掛ける。成績のよい生徒ばかりに集中したり、特に理由もなく生徒を飛ばしたりしない。ただし、配慮が必要な生徒がいる場合はその限りではない。

ウ 順番を考慮する

指名する順番等については、誰に当たるか分からないように考慮する。次に指名されている生徒が分かってしまうと、「自分は当たらない」と考えてしまう生徒も現れる。全員に発問を考えさせるよう配慮したい。

(3) 返答についての留意点

ア 答えやすい雰囲気作り

誰もそうであるが、全体の前で話すのは勇気が要るものである。ましてや授業となると、間違えたくない、恥ずかしいという気持ちがあり、自分から積極的に答えようとする生徒は少ない。しかし、教員と生徒の間で行われる「発問・指名・返答」のやり取りは、教育効果の高い重要な活動であるので、積極的に行う必要がある。教員は、生徒の返答が不正解であったにしても間違いを受け入れ、優しく正解に導き、生徒が答えやすい雰囲気作りに努めなければならない。

イ 誤答の予測

教員は、発問に対して、ある程度、誤答を予測しておくことが重要である。その誤答に対してどのように説明すると生徒が理解できるかを考えておき、すぐに指導できるようにしておく。

ウ 誤答の活用

生徒の誤答は非常に価値があるものなのでおろそかにしてはいけない。生徒が誤答した場合、授業の中でその原因を明らかにし、本人を含めクラス全員が、今後、そのようなミスをしないうよう理解させることが重要である。

エ 「分かりません」と答えた生徒に対する指導

生徒が「分かりません」と答えた場合、そのままにしてはいけない。その理由を明らかにして対応することが重要である。

(ア) 授業内容が分からず解答できない場合

授業内容を簡単に振り返り、ヒントを出したり誘導して、正解に導く。この場合、他の生徒も分かっていない可能性があるため、クラスの状況も把握するように努める。

(イ) 生徒が発問の内容を理解していなかったり、誤解している場合

教員の発問の内容を生徒が理解していなかったり、誤解している場合は、他にも同様の生徒がいる可能性があるため、再度、発問し、考える時間を与える。

(ウ) 生徒が発問を聞いてなかった場合

聞いていなかったことを注意して、再び発問し、考えさせる。

オ 文章で答えさせる

単語を羅列した返答が多々ある。表現力の育成にもなるので、分かりやすい文で答えるよう指導したい。

4 机間指導について

一斉指導が中心となる授業の中で、机間指導は個別指導の重要な機会である。教員が全体に発問し、個々に問題を解かせているときや、生徒がグループ活動をしているときに机間指導を行うことができる。教員は、一部の生徒に偏ることなく全員に目を配るよう配慮して、目的をもった机間指導を行うことが重要である。

1 机間指導の目的

(1) 教員が発問をして個々に問題を解かせているとき

ア 生徒の理解度の把握

(ア) 机間指導をしながら、教員が発問や説明を理解しているか、どんな解法が多いかなどを確認する。

(イ) 一斉指導では分からない個々の生徒のつまずきを把握する。

(ウ) 机間指導をしながら、数名の生徒に共通の間違いを発見する。あるいは同じところで解法が止まっている部分がないかを確認する。

イ 個に応じた指導

(ア) 個々の生徒のつまずきを把握し、適切なアドバイスを行う。

(イ) 学級全体では発言できない生徒でも、教員と一対一ならば質問しやすくなる。

(ウ) 生徒の中には教員から直接声を掛けられることで、意欲が湧いてくる者もいる。

ウ 授業のめりはり

教員の一方的な授業は、単調になりがちである。発問をし、生徒自身に考えさせる時間をとって机間指導を行うことは、生徒の興味・関心・意欲を引き出すとともに授業にめりはりをつけることができる。

(2) グループ活動を行っているとき

ア グループごとの内容や到達度の把握

グループ活動を行う場合、グループによって内容や到達度に差が生じる。グループごとに取り組みの様子を把握し、声掛けを行う。

イ グループに応じた指導

(ア) 机間指導をしながら、グループごとの意見・発言などを把握する。

(イ) コミュニケーション能力の育成に心掛け、積極的に発言することや他者の意見を理解することなどを指導する。

(ウ) 話し合いや作業が滞っているグループには適切な指導助言を行う。

2 机間指導の留意点

(1) 学級全体への指導

ア 机間指導を始める前に、学級全体に的確な指示をする。

イ 途中で指示を追加するときは、生徒の活動を一時中断させ、全員が聞く姿勢になってから指示をする。多く見られる間違いについても触れ、全体に注意を促す。

(2) 机間指導中の個やグループへの対応

ア ただ漫然と回らず、目的をもって机間指導を行う。

イ 生徒からの質問に答えたり、つまずいている生徒に適切なヒントを与える機会にする。

ウ よい答えや別解、興味深い内容があったときには、生徒に板書させたり、教員が全体に説明する。

エ 一人にかかりきりにならないようにし、時間を考えて指導する。(例えば、1人あたり10秒でノートを見て一声かけると、40人では約7分必要である。)

オ 授業に集中していなかったり、姿勢が崩れている生徒がいれば、注意をして、真剣に取り組ませる。

5 例題及び練習問題の指導について

例題は、公式や定理、計算法則を導くもの、公式や定理の使い方を説明するもの、複数の公式や定理を組み合わせた総合問題を説明するものがある。

また練習問題は、教科書の学習内容を確実に身に付けさせるための重要な問題である。その位置付けは、例題の内容を確実に身に付けるものが主であるが、その他に、各単元の学習内容全体に関するもの、既習事項を総合的に演習するものがある。

1 例題及び練習問題の目的

例題には、その単元で新しく学習する内容の、代表的な問題を扱い、例題を解くことにより学習内容の理解を深める目的がある。また、練習問題には、例題で学習した内容を確実に定着させる目的もある。教員はそれぞれの目的を理解し、全ての生徒がつまづくことなく学習内容を理解できるように、例題や練習問題の扱いを工夫する必要がある。

2 例題を扱うときの留意点

(1) 公式や定理、計算法則を導く例題のとき

- ア 公式や定理の背景や意義、そしてなによりも公式とするよさが理解できるような工夫をする。
- イ 公式や定理、計算法則を確実に身に付けさせるために、例題に加えて、数値を変更し、分数にならず、難しい計算方法が出てこない類題等を作成する。
- ウ 簡単な例題を扱うときは生徒の実態にあわせて指導展開を工夫する。簡単に確認にし、すぐに練習問題を解かせたり、予め宿題などにして授業で答え合わせを行うなどの展開が考えられる。

(2) 公式や定理の使い方を説明する例題のとき

- ア 例題の解答や証明は模範解答の例となるので、確実に身に付けられるように授業展開を工夫する。例えば、例題の説明中はノートを取らせず、説明を理解することに集中させ、説明後、再度、同じ例題をノートに解かせ、理解できているかを確認させる。
- イ 公式や定理の適切な使い方が理解できるように、教科書の例題以外にも複数の問題を準備し、どのように適用したか確認できるよう工夫する。

(3) 複数の公式や定理を組み合わせた総合問題を説明する例題のとき

- ア 学習内容を小問に分けたり、特別に小問を追加したりして、段階的に取り組めるような工夫をする。
- イ 過去に学習した公式や定理などの知識が必要な場合は、例題を説明する前に、復習をして、黒板に板書してまとめておく。
- ウ 教具やコンピュータなどを活用し、問題解決の着眼点が分かりやすくなるよう工夫をする。

3 練習問題を扱うときの留意点

(1) 時間の確保

問題演習を行う場合、解答する時間を十分に確保し、生徒が学習内容を確実に理解できるよう配慮する。

(2) 学力差のある生徒への配慮

解答が早く終了した生徒のために、類題や応用問題を準備しておき、考えさせる。授業時間を有効に活用できるよう工夫をする。また、理解不十分な生徒に対しては、机間指導時に、丁寧に指導する。

6 プリント教材について

プリント教材を作成する目的は、教科書の内容を補足したり授業展開を補う場合、サブノートとして利用する場合、宿題として利用する場合等が考えられる。教員に教材全体についての深い理解がなければ、よいプリント教材は作れない。また、プリント教材は授業展開や生徒の興味・関心、習熟度への配慮が欠かせない。同僚や先輩のものを参考にしたり、アドバイスを受けていたりするようにしたい。また、これらのプリントは評価の一部として使用することも意識して作成したい。

1 プリント教材の目的

(1) 教科書の内容を補足したり授業展開を補う場合

教科書の内容を補足したり、授業展開を補うためにプリント教材を作成したりする場合、授業の主教材は、教科書であって、プリント教材はその補助的な位置付けになる。したがって、プリント教材は教科書との対応が付けられるように構成することが大切である。

ア 単元の導入プリント

単元の導入時に、最初から教科書で説明すると内容が抽象的で理解しにくい場合がある。そのようなときに、身近にある具体例や興味を引く教材を基に、導入プリントを作成し、補足説明をすると生徒の理解を高めることができる。

イ 作業プリント（例 P. 30）

公式を導き出させたり、感覚的にイメージを捉えさせたい場合がある。そのようなときに、図やグラフをかかせたり、未完成の表を完成させる作業プリントを作成し、視覚的に理解を支援したり、規則性や法則性に気付かせ公式を導き出させたりすると、生徒の理解を深めることができる。

ウ 演習プリント

基礎的・基本的な内容で、今後の授業のために確実に定着させたい場合がある。そのようなときに、教科傍用問題集や参考書から類題を集めて演習プリントを作成し、数多くの問題を解かせると、授業内容を更に定着させることができる。また、演習プリントを解くことにより、生徒自身に理解の度合いを確認させることもできるし、回収してチェックすることで教員が生徒の理解度・定着度を把握することもできる。

エ 発展応用プリント

やや発展的な内容を、生徒に教えておくことにより今後の学習に役立つ場合がある。また、学習内容に関連した総合的な問題を扱いたい場合もある。そのようなときに、指導したい学習内容と定着を図るための例題・練習問題を発展応用プリントとしてまとめ、授業を行うとよい。

オ 別解プリント

一つの問題でも多様な考え方や解き方ができる場合がある。そのようなときに、多様な考え方のヒントや解く糸口を記した別解プリントを準備して、生徒の主体的な姿勢を促しながら取り組ませると生徒の思考力を高めることができる。また、ペア学習やグループ学習といった話し合い活動を取り入れると、表現力の育成にもつながる。

(2) サブノートとして利用する場合（例 P. 33）

書き込み式のサブノートとしてのプリントを教科書に沿って作成し、ノートのかわりにプリント中心に授業を進めていく方法がある。この方法には次のようなメリット、デメリットがあるので、生徒の実態等を考慮して活用するとよい。

ア メリット

- ・教科書中心の授業では難しすぎる場合や時間の短縮を図りたい場合などに有効である。
- ・生徒にとって授業の流れが把握しやすい。
- ・長い説明が必要な内容はあらかじめプリントに印刷し、説明に集中させることができる。
- ・類題もプリントのなかに準備しておく、早く解けた生徒に取り組ませることができる。

- ・プリントを一目見て、生徒が理解しているところと理解していないところがすぐに分かる。
- ・教員にとっては、プリント作りが教材研究を兼ねる。
- ・回収して点検しやすい。

イ デメリット

- ・教科書がおろそかになる。
- ・プリントを無くしてしまう生徒がいる。
- ・テスト前にプリントを見直すだけで、自分で再度、解こうとしない生徒がいる。
- ・生徒の実態によるが、ノートを取る方が記憶力が付き理解が深まり、定着がよい場合がある。

(3) 宿題として利用する場合

生徒の学習意欲を高めたり、授業内容を確実に理解させるのに、宿題としてプリントを利用するのは有効である。生徒全員が取り組めるようなプリントならば、学習内容の定着と学習意欲の持続、更に授業に臨む積極的な姿勢が期待できる。その際、宿題の質と量のバランスには配慮したい。また、宿題をプリントにすると、回収しやすくなるというメリットもある。

2 プリント教材作成の留意点

(1) 教科書の内容を補足したり授業展開を補う場合

作成に当たっては、以下のことに留意する。

- ア 発見させたい内容については誘導的な部分を盛り込むようにする。
- イ 配付したプリントが紛失したりしないように、ノートに貼れるような工夫をする。
- ウ 生徒の興味・関心や習熟度を把握して作成することが重要である。

(2) サブノートとして利用する場合

サブノートとしてのプリントを中心に授業を進めるときは、以下のことに留意する。

- ア 単元全体を通して作成する。できれば、年間を通して作成するのが望ましい。
- イ 生徒にファイルを準備させる。
- ウ 保存しやすいようにプリントには通し番号を付け、穴を開けて配付する。
- エ 書き込みスペースを多めにとる。

(3) 宿題として利用する場合

宿題としてプリントを配付する場合は、質と量のバランスや計画性に留意する。また、個に応じた対応や返却するときのコメントにも生徒のやる気を出させる工夫をしたい。

ア 質と量のバランスや計画性

学習内容の定着と学習意欲の持続を考慮して、宿題の質と量のバランスを配慮して作成する。授業ごとに宿題としてプリントを配付するのも一つの方法ではあるが、その場合は、その日の内容の復習だけに留めるなど、生徒の過重負担にならないよう配慮する。そのほかに、週末課題としての宿題プリントや、教科書の節ごとなどの内容の切れ目で宿題プリントを課す場合も、生徒の負担を考慮し、計画的に作成することが重要である。

イ 個に応じた対応

個に応じてプリントを利用することもできる。個別に基礎的な内容を補充するようなプリントを宿題として課してもよい。また、希望者への発展的応用的内容のプリントを配付することも学習意欲を高める効果が期待できる。プリントによる添削指導を続けられれば、生徒の解答の質を向上させることができる。

ウ 返却時のコメント

宿題を提出させた場合は、添削したりコメントを書いたりして返却したい。コメントは「この着想がとても良い」のように生徒のよさを具体的に評価することや「君のここが良くなったね」と、個の伸びを認め、励ますことを重視したい。

7 ノートの使い方について

生徒は授業中、ノートを取ることで学習内容がより正確に理解できたり、授業に集中することの助けになったりする。ノートの使い方の指導は、授業全体の記録の仕方の指導であるので、板書はもちろん授業中の発言なども含めた記録について、その工夫や注意点などを適切に指導する必要がある。

1 ノートの使い方指導の目的

同じ授業を受けていても、生徒のノートは様々である。丁寧な文字で書かれ、ポイントも強調してあり、考え方も記されていて、授業の全容が凝縮されているようなノートもあれば、文字が小さく、詰めて書かれているために読みにくく、書かれている内容の重要度が分からないものもある。板書をきれいに、正確に写すだけではなく、授業の内容をしっかりと理解し、記録しておくために、より効果的なノートの使い方を指導していくことが重要である。

2 ノートの使い方の留意点

(1) 整然と書く

ア 文字は罫線を意識して文字の並びが曲がらないように書く。

イ 式変形は、横にイコールをいくつもつなげて書くのではなく、式変形するごとに改行して縦にイコールをそろえて書いていくと読みやすい。

ウ 図形は、条件を満たすように丁寧に書くことを心掛ける。

エ 復習のときに見やすいように、日付や教科書の対応するページなどを記入しておくとうい。

(2) メモを取るスペースを設ける

生徒は、教員が板書した内容をそのまま写しがちで、写しただけで分かったつもりになり、真面目に授業を受けていると思ってしまう生徒もいる。写すだけでは、脳が活発に働いているとはいえ、「頭と手と心」を使うことの重要性を意識させたい。ノートの右端にメモを取るスペースを設け、板書以外にも教員の説明、友達の発言、自分の考え、計算や図など、意識的にメモを取ることを習慣付けさせる。自分で判断し、自分の言葉で書き、受身ではなく能動的にノート作りをすることで、記録をとる技術の向上と理解力アップにつなげることが重要である。

(3) 重要事項と数学的な見方・考え方を区別する

ア 公式や定理など、後で何度も使うものや、その時間の授業で特に大切な重要事項については、見直しをしたときに分かりやすいように、赤ペンで書いたり、印をつけるとよい。

イ 数学的な見方や考え方を育てる指導は、数学の授業内容を理解させること以上に難しいことである。「数学的な見方や考え方」に当たる部分を顕在化させる指導を心掛け、生徒には後でノートを見直して、どのような見方・考え方を学習したか分かるように、色ペンで「Point」や「★」マークを付けさせるとよい。

(4) 生徒自身にまとめをさせる

生徒自身に自分の言葉で、その日の授業のポイントが分かるようにまとめをさせるのも、非常に効果的な指導法である。その際、必要以上に細かくまとめるのではなく、簡潔にまとめ、後日、復習したときに分かる程度に書くよう指導するとよい。

(5) 復習のときに使う

生徒が主体的に授業を聴いて作ったノートは、大事なところが集約されている。復習のときに見直すことで、学習内容が鮮明に思い出され、学習効果を高めることができる。復習で曖昧な部分や分からないことが出てきたら、ノートに立ち返るとよい。また、あとで新たに分かったことがあれば、付け足して書いていくと更に充実したものになる。

8 ノート点検について

1 ノート点検の目的

ノートには、授業用ノート、課題用ノート等がある。ノート点検を定期的に行うことで生徒の学習状況やつまづきを把握し、生徒に適切な指導を行うことができる。また、ノートを定期的に提出させ、学習に取り組む意識を高めることにより、学力向上につなげることができる。

(1) 授業用ノート

生徒は授業中、ノートを取ることで学習内容がより正確に理解でき、授業に集中することの助けになる。教員は、そのノート点検をすることで、以下のことを確認・把握することができる。

ア 生徒の理解度の確認

授業用ノートを点検することで、生徒の理解度を確認できる。また、記号や用語の使い方の誤りなど、生徒の間違いやすい箇所を把握することができる。

イ 授業の取組状況の把握

教員の話をよく聞いていなかったり、授業に集中できていない生徒は、板書の重要事項や授業のポイントをノートに書いていないことが多い。ノートを確認して、授業の取組状況を把握し、真剣に授業に取り組ませ、確実にノートを取るよう指導することが重要である。

(2) 課題用ノート

問題集や参考書に取り組ませる場合、専用のノートを準備させるか、学年や類型ごとに共通の課題用ノートを作成し配付する。このとき、事前に進度表を配り、生徒が自主的・計画的に学習できるように配慮し、時期を決めてノート点検を実施する。

ア 生徒の取組状況の確認

宿題・課題用ノートの点検をすることで、計画的に課題に取り組んでいるかを把握できる。取組みが不十分で、遅れ気味の生徒に対しては、学習時間を確保し、計画的に取り組むよう指導する。

イ 生徒の理解度の確認及び理解不十分な問題の把握

個々の生徒に関し、宿題・課題の内容が理解できているかを把握することができる。また、多くの生徒が理解できていない重要な問題やミスが多い問題等を把握することができるので、そのような問題については授業で取り上げて解説するとよい。

2 ノート点検をする上での留意点

(1) 全員に提出させる

個々の生徒の取組状況を把握し、それぞれの生徒にあった指導をするためには、必ず提出させる必要がある。また、未提出でも指導をされない状況が続くと、取組みがおろそかになり学力向上につながらない。

(2) 不備のノートの指導

課題の範囲が終わっていないなかったり、解答を理解することなく機械的に書き写したりしたような取組不十分な場合には、個別に指導し再提出させるようにしたい。また、公式等の使い方が分かっていなかったり、誤った解法をしたりしている場合についても、個別に指導し再提出させるようにしたい。

(3) コメントの記入

ノート点検は、個別指導するチャンスである。機械的にゴム印を押し、返却することは避け、生徒がつまづいているところにコメントを書き、指導をする。また、褒めたり励ましたりすることで、生徒のやる気を促すことができる。

(4) 早く返却する

返却が遅くなると理解・定着のタイミングを逸するばかりか、生徒の授業や課題への取組の妨げになりかねない。提出させたノートは、点検後できるだけ早く返却する。

(5) ノート回収時の工夫

ア 点検する箇所をあけて集める。 イ 集める係りを決め、名簿や座席の順に集める。
ウ 問題の進度表を作り、チェックできるようにする。

9 定期考査について

定期考査は生徒の理解度を測るものとして、とても重要な試験である。問題の作成に当たっては、学習内容の定着具合を適切に判断できるよう、十分、検討して出題する必要がある。

1 定期考査作成に当たって

(1) 問題作成の基本

- ア 考査範囲を明示し食い違いがないようにする。また、一つの問題に複数の解法がある場合で解法を指定する場合は、担当者で話し合い生徒への連絡を徹底する。
- イ 生徒の学力格差に対応し、基本問題から応用問題まで一人一人の学力を正確に反映する問題を出題する。
- ウ 生徒の学力に応じて、分量、難易度が妥当である問題を出題する。
- エ 生徒のつまずきの原因を把握でき、指導方法の改善のための資料になる問題を出題する。

(2) 定期考査作成の留意事項

- ア 難易度に応じて配点を考える。
- イ 評価の4観点のバランスを考慮した出題を考える。
- ウ 分野・観点・難易を多様に設定し、考査範囲から偏りなく出題する。
- エ 正答が偶然に左右されることがないようにする。

(3) その他

- ア 学級間の不公平が生じないように、教員間で指導内容についての共通理解を図っておく。
- イ 既成の問題を参考にするのはよいが、著作権の問題が生じることもあるので、安易なコピーは避ける。
- ウ 作成した問題を実際に解き、出題ミスがないか、分量、内容、解答スペースなどが適切であるかを確認する。
- エ テスト作成後は、複数の教員に点検を依頼し、問題がないか確認してもらう。

2 テスト後の指導

(1) テストの返却

テストの返却は、早ければ早いほどテストを実施した効果は大きい。できればテスト後の最初の授業で返却するようにしたい。ただし、採点ミスや転記ミスのないように十分注意する。

(2) 復習の実施

復習をさせることで、学習内容の定着を徹底したい。復習の方法として、解答例を一人一人に配付し復習させる方法や、授業中に解答の解説や解答上のポイントを説明することで振り返りをさせる方法がある。更に、追試を実施することで出題範囲の復習をさせる方法などがある。

3 採点と評価

(1) 部分点

- ア 採点者によって部分点が異なると、生徒に不信感が生じてしまう。複数人で採点する場合は、担当者で綿密に打ち合わせをしておく。
- イ 部分点の配点は、問題の内容、指導者の到達目標、解答上の注意点などを考慮して決定する。

(2) テスト結果の考察

テストの結果から、授業の評価とつまずきの原因の分析をし、授業改善や個別指導の在り方について検討する。

10 小テストについて

確実に定着させたい基礎的・基本的な内容は、小テストを活用するとよい。また、小テストを実施することにより、生徒の理解度を把握することができ、教員が授業について振り返る材料とすることができる。

1 小テストの目的

(1) 学習内容の確実な定着

小テストを実施して、重要な基礎的・基本的な学習内容を確実に定着させる。このとき、全員合格するまで粘り強く指導することが重要である。

(2) 生徒が自分の学習を振り返る

解けなかったり間違えたりした問題を知ることにより、理解不十分な内容を把握し、学習方法を見直して再度、指導し直すきっかけにする。

(3) 教員の指導法の改善

理解や定着が不十分だった内容を見付けて補充したり、自分の指導に反省を加え、指導方法の改善のきっかけにしたりする。

(4) 指導目標への到達状況の把握

生徒の学習内容の理解度を把握する。

(5) つまずきの早期発見

生徒がつまずくポイントを早期発見することで、学習の充実を図る。

2 小テストの実施にあたっての留意点

(1) 問題作成

ア 最低限理解させたい基礎的・基本的な内容を出題する。

イ 内容が盛りだくさんになりすぎないように留意する。

ウ 実施にあたっては、学年担当者で情報交換をしながら共通理解を図り、クラス間で生徒に不公平感が生じないように配慮する。

(2) 実施方法

ア 必ず事前に予告し、しっかり学習に取り組ませた上で実施する。

イ その日の授業展開を考慮した上で、授業の最初または最後に10分くらいで実施する。

(3) 実施時期

ア 重要な公式を学習し定着を徹底するために実施する。

イ 単元が終わったところで実施する。

(4) 採点方法

ア 回収して教員が採点する。生徒の学習状況、定着具合を知ることができる。また、個々の生徒に対し、つまずいている点等について指導することができる。

イ 生徒同士、交換して採点する。その際、採点者に対し、不正解の問題については、間違いの箇所を発見し添削して返すよう指導する。これにより、採点者の学力も向上させることができる。

(5) 事後指導

ア テスト後は、必ず復習させることが重要である。つまずいた箇所については、やり直しをするように指導し、定着を図る。また、余力のある生徒に対しては、新たに類題を与え、応用力を付けさせるのもよい。

イ 不合格の生徒に対して、追試を実施することも有効である。もう一度学習をさせることで基礎・基本の定着が図られ、追試で自分の理解度を確認することができる。

(6) その他の配慮事項

小テストは時間もかかるので、進度にも配慮し実施回数に気を付ける。

11 学力差に応じた指導について

学校の授業は、一斉授業であり、一度に多くの生徒を対象に授業を行う。この場合、学習に対する興味・関心の度合いが異なり、学力に差がある生徒を対象に授業を行うため、授業の進め方、指導内容のレベル等多くのことに配慮して授業を進めなくてはならない。特に、学力差については、学年が進むにつれ、積み重ねられた知識や技能に差があるため、差はますます大きくなると予測される。一斉授業の中にも、個別指導をうまく取り入れ、多くの生徒に効果のある授業を行う必要がある。

1 指導の工夫

(1) 授業についていけない生徒に対する指導

- ア 小テストや授業ノートの点検などで生徒の学習の状況やつまずきのポイントを把握し、授業の中で分かりやすく指導する。生徒のつまずきや間違いを指導に生かすことは大切である。
- イ 授業中の机間指導により、個々の生徒のつまずきを把握し、その場で指導する。
- ウ 授業後に個別に呼んで、基礎・基本の定着を図るドリル的な易しい課題を与えて指導し、分かることの喜び、できる喜びを実感させ、学習意欲を向上させる。
- エ 添削指導により、教師側が正答に導くためのコメントやアドバイスをすることにより、生徒との信頼関係を築き、やる気を引き出す。

(2) 余力のある生徒に対する指導

- ア 与えた問題を既に解き終えている場合、問題集の番号を指示して解かせたり、あらかじめ準備した類題プリントに取り組みせたりするなど、基礎・基本の定着を図る。また、与えた問題が応用問題のときは、生徒に全体の前で解説させて、表現力を高める。他の解法が考えられる問題のときは、別解を考えさせて思考力を向上させる。
- イ 応用問題や発展的な課題プリントなどを与え、家庭学習で取り組むように指導する。そして、添削指導を行うことにより、数学的な思考力を一層伸ばす。
- ウ ペア学習やグループ学習を行い、分からない生徒や周辺の生徒に説明させる。

2 指導上の留意点

(1) 授業についていけない生徒

- ア 既習事項の理解が不足している場合、復習するとよい内容を具体的に提示して取り組むように指導する。また、家庭学習が不足している場合、自主的に家庭学習に取り組めるまで、復習プリント等で個別に補充する。
- イ 授業中に、学力のある一部の生徒ばかり指名して、授業についていけない生徒が劣等感や不公平感を感じてしまうことのないよう配慮する。
- ウ 机間指導により個々のつまずきをその場で指導するのは非常に大切だが、授業の流れ、時間配分に留意し生徒一人にかかりきりにならないようにする。
- エ 個別指導におけるノート点検やプリント学習におけるプリント点検において、学習のアドバイスや到達目標、次の目標設定などを記し、生徒の学習意欲を高めるようにコミュニケーションをとると効果的である。

(2) 余力のある生徒

- ア 現状に甘んじることなく、さらなる向上を目指して学習に取り組むように、到達目標を高く設定したり、次なる学習へのアドバイスをしたりすることが必要である。
- イ 個別に与えられた応用問題や発展的な課題プリントに対し「やらされている」と思わせるのではなく、積極的に取り組む姿勢を芽生えさせ、応用力が付くようにする。
- ウ グループ学習やペア学習を実施することで、教え合う場を作ることも効果的である。生徒同士が教え合うことによって、自分の理解度や基礎・基本の定着度を確認できるし、疑問点について活発に議論し合うことで、数学への関心や表現力を高めることもできる。

12 グループ学習について

グループ学習は、思考力・表現力を向上させる有効な学習活動である。授業でグループ学習を行う際には、学校の状況に応じてその効果的な実施方法について検討し、学習効果を高めるようにしたい。

1 グループ学習の効果

(1) 表現力・コミュニケーション能力の向上

- ア 相手に分かりやすく伝えようと努力することにより、表現力・コミュニケーション能力が更に向上する。
- イ 図、表、式、グラフ等を用いて説明することにより、こちらの考えや意見が相手に伝わりやすくなる。
- ウ 相手の意見を理解しようとする姿勢も身につけることができ、知的コミュニケーションを成立させることができる。

(2) 思考力の向上

- ア 自分では分かったつもりでも、頭の中では断片的にまとまっている場合が多い。相手に分かりやすく伝えようとすることで断片的な思考を1つにまとめる機会となり、数学的思考力を高めることができる。
- イ 分かりかけているときに、誰かに話すことで脈絡が見えてくる場合がある。相手に伝える中で理解はより明確になり、意見交換を通じて更に発展させていくことができる。
- ウ 分からない生徒に教えることで、自分の認識不足を発見することができる。

2 グループ学習をする上での留意点

(1) グループ構成及び準備

- ア グループの構成は学力差を考慮し、人数は4～5名程度にする。
- イ 話し合いをまとめるために、持ち運びができるホワイトボードあるいは模造紙があるとよい。全体協議で、発表するとき大変便利である。

(2) ルール作り

各班が自由気ままに話しては、効果的なグループ学習はできない。話し合う上でのルールを決め、グループ学習ができる雰囲気を作ってから行うことが重要である。

(3) 展開

- ア 最初は必ず個人で考えさせ、思考を深める時間を設ける。その後、話し合いを行う。
- イ ペアあるいはグループで自分の考えを伝えあって、より高次の内容に高めたり、多様な考え方を出し合ったり、教え合ったりする。
- ウ グループでまとまった考え等を、全体で発表し合うことで、各班の考えを共有することができる。また、更に全体で協議をすることにより、よりよいものにすることができる。
- エ 最後に、必ず個に戻し、自分なりに整理して、自分の言葉でまとめることが重要である。「個人シート」などを準備し、最初の考え、参考になった意見、感想などを書かせるとよい。

(4) 活動

グループでの活動の中に、「一緒に考え、考えを深める場面」「いろいろな考え方、解き方を比較検討する場面」「他者の考えを理解する場面」「誤答について検討する場面」「教え合う場面」「類題を作問する場面」等を取り入れ、効果的なグループ学習を行う。

(5) 効果的な場面及び課題の選択

グループ学習が有効な教材とそうでない教材がある。すぐ結論が出てしまう教材や、グループ協議の幅が広がらない教材ではなく、生徒が多様な考えを出し合える、やや発展的な教材を扱うとよい。

13 ICTの活用について

ICT*を授業に活用することにより、学習効果が高まるということは、独立行政法人メディア教育開発センターが文部科学省の委託を受けて実施した調査研究によっても示されている。例えば、児童生徒の意識調査を分析した結果からは、関心・意欲、知識・理解、思考・表現という観点で評価した学力がICT活用によって高くなっている。また、ICTを活用した授業と活用しない授業について、それぞれの授業後に実施したテストを比較した結果、ICTを活用した授業後のテストの成績の方が高かったことが示された (<http://www.cec.or.jp/monbu/report/handbook.pdf>)。高等学校学習指導要領解説数学編でも「各科目の指導に当たっては、必要に応じて、コンピュータや情報通信ネットワークなどを適切に活用し、学習の効果を高めるようにすること」と記述されているとおり、数学教育の効果を高めるためにICTを積極的に活用することが求められている。

1 ICTの活用の目的

(1) 学習意欲を高める

発見的・実験的な学習を体験させ、生徒の興味・関心を高めて、学習意欲を喚起する。それにより、主体的な学習態度を養う。

(2) 創造力育成の補助

ア 視覚効果

視覚に訴えかける画面構成を工夫することにより、図や公式などを効果的に提示することができる。また、コンピュータでは図形を移動させたり、元の位置に戻したりすることが容易にできる。必要ならば軌跡を残すこともできる。

イ 正確なグラフの描画

複雑なグラフでも瞬時に正確に表示することができる。

(3) 多量のデータ処理

複雑な数値計算が可能なので、計算のしやすさに配慮することなく、より現実の世界を反映した問題を扱うことができる。また、仮説の条件を何度でも変更して、繰り返し実験できる。

2 ICT活用における指導上の留意点

(1) デジタル教材の共有

デジタル教材は、最初から自分で作成するとなるとかなりの時間を要し、逆に負担になってしまう。複数の教員で協力して作成し、活用し合うことで効率のよい授業準備をする。また、ウェブ上には、自由に活用できるデジタル教材が多数紹介されている。著作権に配慮して、上手に活用するとよい。

(2) 効果的な活用

ICTを活用すれば必ず学習効果が高まるわけではない。ICT活用はあくまでも授業の補助的な手段であり、主となるのは教員による授業である。ICTのメリットを最大限引き出すことができるよう、時期や場面を考慮し効果的に活用することが重要である。

(3) ノートにまとめる時間を確保

ICT教材を活用すると、授業展開がスムーズになり授業の進み方が早くなる可能性がある。パワーポイントなどで画面をすぐに切り替えてしまい、生徒がノートをとれなかった、ということもある。生徒がノートを取るタイミングと時間に配慮する必要がある。

(4) 実習室で生徒自身がコンピュータを扱う場合の注意

生徒のコンピュータ操作やソフトウェアの習熟度には個人差がある。個別対応を取り入れながら授業を行うことが大切である。また、教員の指示も聞かず、勝手なことをする生徒が出てくるので、「机上にはプリントと筆記具のみを置く」「説明のときはパソコンから手を離す」などコンピュータを活用した授業を行う上でのルールを作り、授業開始時に徹底する。

3 ソフトウェアの機能と活用例

ソフトウェア	機能	活用例
Grapes など グラフ描画・作図 ソフト	図形やグラフの 性質を調べる	(例 1) 二次関数 $f(x) = a(x-m)^2 + n$ のグラフでパラ メータの値を変化させ動きを確認する。 (例 2) 楕円の接線と焦点の関係を調べる。 (例 3) 二項分布が正規分布へ近づく様子を調べる。
	軌跡を表示する	(例 1) サイクロイドの軌跡を表示する。
	グラフの近似値 を計算する	(例 1) 関数と一次近似式の関数値を比較する。 (例 2) 区分求積法による近似値の計算をする。
	複雑なグラフを かく	(例 1) レムニスケートのグラフをかく。
Excel など 表計算ソフト	計算する	(例 1) ローンの返済額などの計算をする。 (例 2) 多数のデータのばらつきや偏りなどを調べる。 (例 3) (e の近似値) $n \rightarrow \infty \text{ のとき } \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \text{ の極限值を計算する。}$ (例 4) 区分求積法, マクローリン展開などの近似値を 求める。 (例 5) 行列のかけ算をする。 (例 6) 母平均の信頼区間の意味を理解するため, 標本 平均を何度も計算する。
PowerPoint など プレゼンテーション ソフト	デジタル版の板 書	(例 1) アニメーション効果で, 動きのあるデジタル版 の板書として活用できる。 (例 2) リンク機能を用いて他のソフトを呼び出す。
Internet Explorer など Web ブラウザ	情報を検索する	(例 1) 三角関数の加法定理の証明方法を検索する。 (例 2) 発展的な調べ学習を行う。

4 参考資料

(1) 愛知県総合教育センター「コンピュータを活用する高校数学」

URL <http://www.apec.aichi-c.ed.jp/shoko/kyouka/math/index.htm>

多くの授業展開例や教材が掲載され, Grapes などのフリーソフトについても紹介されている。

(2) Grapes

URL <http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes>

サンプル集の URL <http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/~tomodak/grapes/volume.html#sample>

大阪教育大学附属高等学校池田校舎 友田勝久氏が作成した関数グラフ表示ソフトである。高等学校で出てくるほとんどの関数のグラフを表示できる。

(3) 愛知県高等学校数学研究会

URL <http://www.tcp-ip.or.jp/~aisuu/>

各委員会の活動や研究会等について, 情報発信を行っている。愛知県高等学校数学研究会数学科教育情報委員会では, コンピュータを用いた授業の研究を行っている。

※ ICTとは

Information and Communication Technology の頭文字をとったもので, 情報(information)や通信(communication)に関する技術(technology)の総称を表す。

資料：作業プリントの例

【二次曲線をかく(1)】

1 科目 数学Ⅲ

2 単元 式と曲線

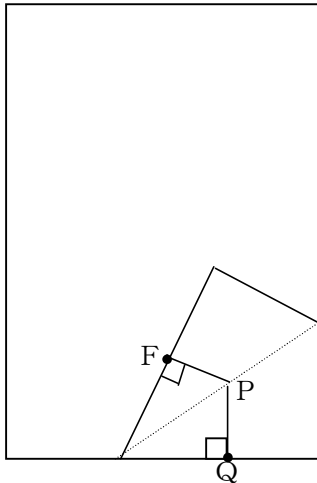
3 内容・ねらい

紙折りによってできる折り目が描く曲線を考えることにより，2次曲線の定義についての理解を深めさせる。

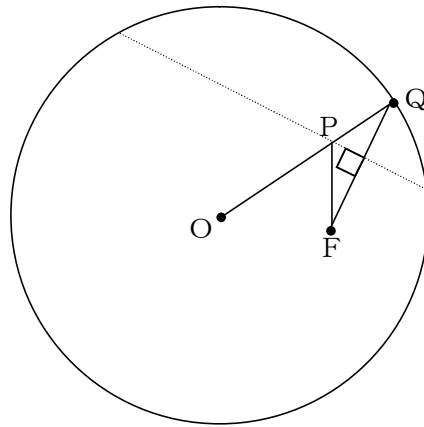
4 使い方

指示に従って紙を折らせ，折り目が描く曲線について考えさせる。

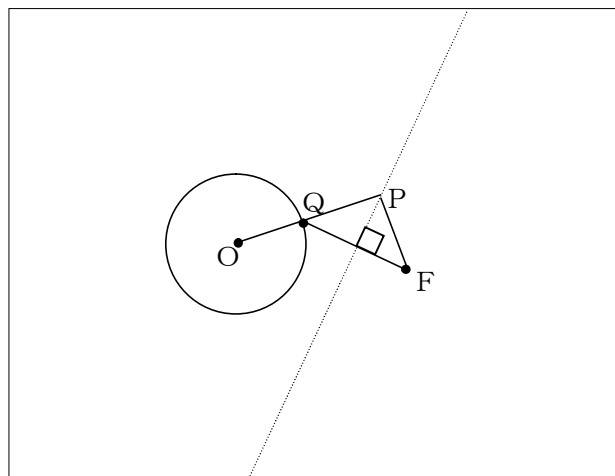
紙折りの作業後，以下のことを板書し，2次曲線の定義について確認させる。



$$FP = QP$$



$$OP + FP = OP + PQ = OQ \text{ (一定)}$$

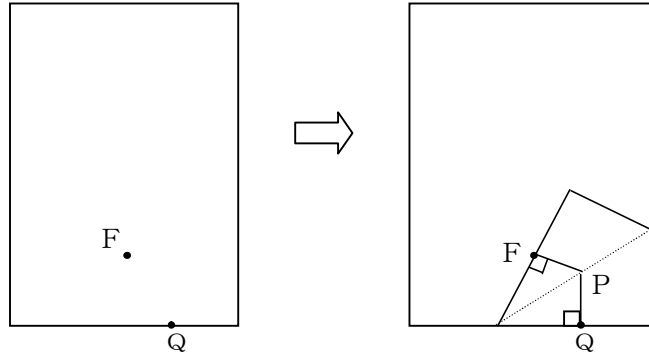


$$OP - FP = OP - QP = OQ \text{ (一定)}$$

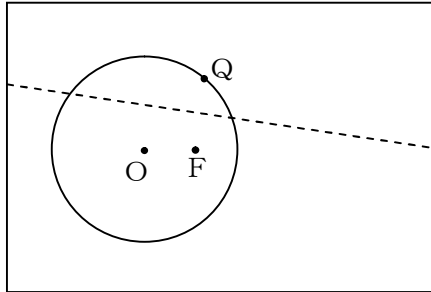
2次曲線について

次に指示するとおりに，紙を折ってみよう。

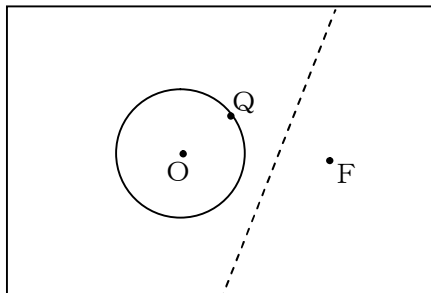
- 1 長方形の紙の下側の辺上に，適当な点Qを取り，点Qが点Fに重なるようにして折ってみよう。点Qを変更して同じ作業を繰り返すとき，折り目が描く図形は何だろうか。また，その理由を考えてみよう。



- 2 円周上に，適当な点Qを取り，点Qが点Fに重なるようにして折ってみよう。点Qを変更して同じ作業を繰り返すとき，折り目が描く図形は何だろうか。また，その理由を考えてみよう。



- 2 円周上に，適当な点Qを取り，点Qが点Fに重なるようにして折ってみよう。点Qを変更して同じ作業を繰り返すとき，折り目が描く図形は何だろうか。また，その理由を考えてみよう。



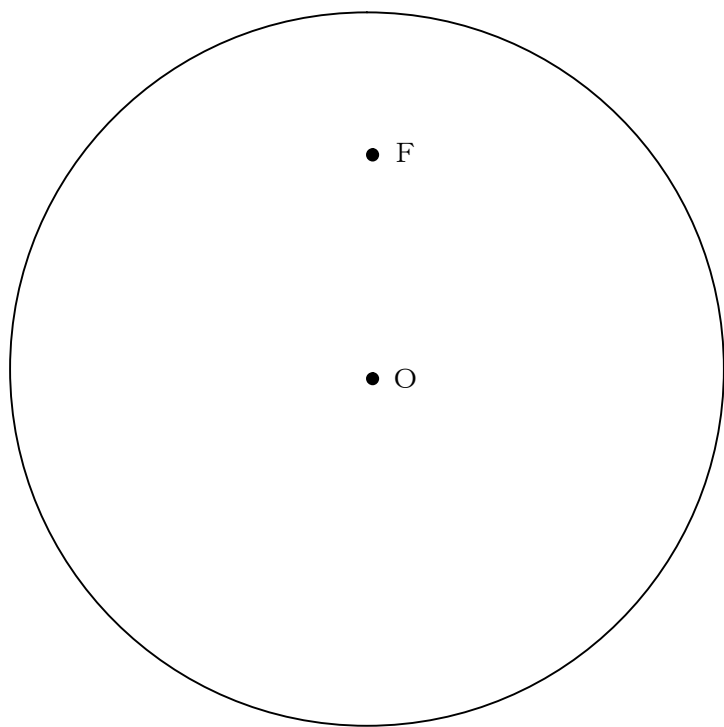
組 番 氏名

1

F ●

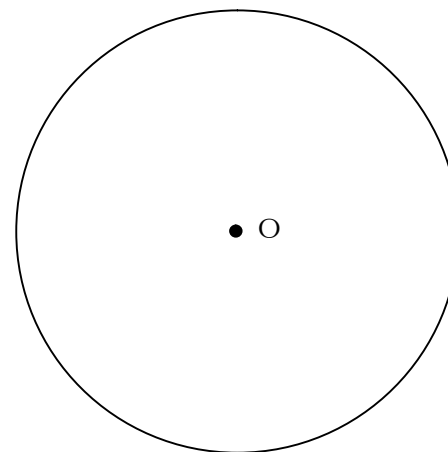
組 番 氏名

2



組 番 氏名

3



資料：サブプリントの例

微分係数と導関数

P.150 微分係数

§1 平均変化率

関数 $y=f(x)$ において、 x の値が a から b まで変化するとき

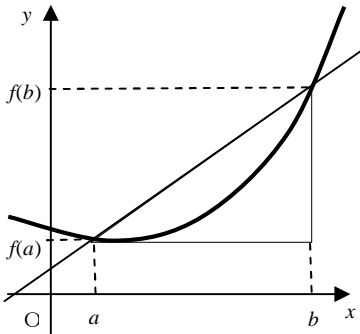
x の変化量 = _____

y の変化量 = _____

このとき、

$$\frac{y \text{ の変化量}}{x \text{ の変化量}} =$$

を、 x が a から b まで変わるとき関数 $y=f(x)$ の _____ という。



例1 2次関数 $y=x^2$ について、 x の値が2から4まで変わるとき平均変化率を求めよ。

問1 次の関数について、 x の値が1から5まで変わるとき平均変化率を求めよ。

(1) $f(x) = 3x + 1$

(2) $f(x) = 2x^2 - x$

(3) $f(x) = -x^2 + 4x$

No. 1

例2 2次関数 $y=x^2+1$ について、 x の値が2から $2+h$ まで変わるとき平均変化率を求めよ。

問2 次の関数について、 x の値が -1 から $-1+h$ まで変わるとき平均変化率を求めよ。

(1) $f(x) = 2x - 3$

(2) $f(x) = x^2 - 3x$

§2 極限值

例2の結果、2次関数 $y=x^2+1$ について、 x の値が2から $2+h$ まで変わるとき

平均変化率 = _____

となった。ここで、 x の変化量 h を、0.1, 0.01, または $-0.1, -0.01$, のように限りなく0に近づけると、

h	-0.1	-0.01	...	0	...	0.01	0.1
$h+4$							

$h+4$ の値は _____ に近づく。このことを、

h が0に限りなく近づくとき、 $h+4$ の _____ は _____ であるという

記号 _____ を用いて次のように書く。

一般に、関数 $y=f(x)$ において、 x が a と異なる値をとりながら、 a に限りなく近づくとき、 $f(x)$ が一定の値 α に限りなく近づくとき、

_____ または _____

と書き、 α を x が a に限りなく近づくときの関数 $f(x)$ の _____ という。

組 番 氏名

例3 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 2) = 3 \times 3 - 2 =$$

問3 次の極限值を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2)$

(2) $\lim_{x \rightarrow -2} (-x^2 + 2x)$

x の値が a から $a+h$ まで変わるとき関数 $y=f(x)$ の平均変化率

において、 h が0に限りなく近づくとき、この平均変化率が、一定の値に限りなく近づくならば、その極限值を、

関数 $y=f(x)$ の $x=a$ における _____ といひ、_____ で表す。

微分係数の定義

例4 2次関数 $f(x)=x^2$ について、 $x=2$ における微分係数は

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 3} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$$

Ⅲ 家庭学習について

限られた時間しかない授業の学習効率を向上させるのが家庭学習である。

宿題・課題や復習は、授業で定着不十分なところを補ったり、授業内容に関連した発展課題で興味・関心を高め、学習意欲を向上させることができる。予習は、疑問点を明確にして授業に臨むことにより、授業内容を効率よく理解することができるし、授業で習う内容を事前に知ることによりモチベーションを高め、学習意欲を向上させることができる。

このように、家庭学習は、授業の補助的学習活動としても有効であるし、興味・関心を高めることで、授業内容を礎とし、さらなる高次の内容に興味・関心を高めることができる。授業での学習効果を高めるために、生徒に上手な家庭学習の仕方を身に付けさせることが重要である。

1 宿題・課題について

宿題・課題は、授業内容の定着を図ったり、次の授業に関連する内容を課題として与えて授業展開を円滑にしたりするなど、授業効果を高める有効な学習活動である。生徒の実態にあった適切な内容や分量を与え、学習効果を高める工夫が必要である。また、宿題に加え、中・長期的な課題を計画的に与え、既習事項の定着を図っていくことも重要である。

1 宿題・課題の種類及びその目的

宿題・課題には、授業の時に与えるものと、週末や長期休業中に取り組むように与えるものがある。教員は、宿題・課題の取り組み状況を確認することにより、生徒の理解の状況を把握することができる。

(1) 授業の宿題

ア 学習内容の定着

学校で行う授業は50分が基本で、授業内で学習内容を理解させ、更に定着を図るところまでの余裕がない場合が多い。そのような場合に、教科書や問題集の演習問題を宿題として与え、定着を図ることができる。

イ 次時の授業に関連する既習内容の復習

授業をする際に、既習内容が定着していると、生徒の理解も早く、授業展開も効率よく進む。既習内容に関する復習プリントを宿題として与えたり、教科書の該当する部分を見直しさせたりすることにより、授業効果を高めることができる。

(2) 週末課題・長期休業中の課題

ア 既習内容の復習

高校では、非常に多くの内容を短期間で学習する。日々の授業内容の定着以外にも、既習内容に関する学力を維持していくために、週末課題や長期休業中に課題を与えていくことが大切である。

イ 発展的な課題で学力向上

週末課題や長期休業中の課題では、発展的な課題も取り入れていくことが重要である。基礎・基本の定着に加え、発展的な課題に取り組みさせることにより、学力を向上させる。

ウ 学習習慣の確立

種々の学習状況の調査から、生徒の家庭での学習状況に問題があることが分かっている。生徒の学習習慣を確立させるためにも週末課題や長期休業中の課題を与え、計画的に取り組ませるとよい。このとき、一方的な課題の押しつけに終始することなく、学習内容の有用感を実感できるよう配慮し、徐々に自ら進んで学習に取り組む姿勢を身に付けさせることが重要である。

3 宿題・課題を与える上での留意点

(1) 適切な分量にする。

授業の宿題を与えるときは、分量に配慮する。多すぎるとやる気をなくしてしまうし、他の教科でも宿題が出されている可能性もある。ほぼ全員がその日に取り組める分量にする。また、週末課題・長期休業中の課題は、提出日までの日数と他教科とのバランスを考慮して課す。

(2) 点検をする。

宿題・課題を出したら必ず点検をするよう心掛ける。授業の宿題の場合は、生徒を指名し板書させている間にチェックをするなど点検方法を工夫する。また、週末課題・長期休業中の課題の場合は、提出させ生徒の取組状況やつまづき等をチェックしながら点検し、コメント等を書いて返却する。提出していない生徒には、個別に話をして、提出を促す。

(3) 理解不十分なところを解説する。

生徒の理解状況を把握し、理解不十分と思われるところは宿題・課題の返却後、解説し定着を図る。また、今後の授業改善の参考にする。

2 予習・復習について

宿題・課題と同様に家庭学習の中心的な学習活動に予習・復習がある。宿題・課題が、教員が生徒に課す、いわゆる教員主導の学習活動であるのに対して、予習・復習は本来教員から指示されて行うものではなく、生徒が自主的に取り組む学習活動である。自主的な学習活動なので、習慣化すれば、学力向上が期待できる。教員は、生徒に予習・復習の有効性を話し、習慣化するよう指導することが大切である。

1 予習・復習の目的

(1) 予習

ア 疑問点の明確化

予習で重要なのは、疑問点の明確化である。事前に、授業で習う内容に目を通し、理解できなかったところや、疑問に思ったところを明確化することによって、それらを解決しようと目的意識をもって主体的に授業に参加することができる。また、自分が理解したいという積極的な姿勢で取り組んでいるので、学習効果も高く、深い理解を得られる。疑問点を解消できたときは充実感も得ることができる。

イ 学習意欲の向上

予習は、次の授業に臨む心構えをつくる有効な学習活動である。予習することにより、次時に学習する内容に興味・関心を高めることができ、学習意欲の向上につなげることができる。

(2) 復習

ア 授業内容の確認及び定着

授業では理解したつもりでも、実際に家で解いたときに、どうすればいいのか分からない場合がある。これは、授業内容の理解が不十分なときに起こりがちで、復習でしっかりと授業内容を確認することが重要である。また、授業が理解できていても、表面的な理解では、活用できなかつたり、すぐに忘れてしまつたりするので、復習で確実な定着を図ることが重要である。

イ 予習時の疑問点のまとめ

予習段階で、疑問に思っていたことが、授業で解消したことにより、その内容を習得できたわけではない。復習でまとめを行いながら、理解できているか確認し、不安なところがあれば再度、学校で質問して、納得いくまでこだわることが重要である。全て理解できて初めてその内容を習得したことになる。

2 予習・復習の指導上の留意点

(1) 予習・復習の有効性を生徒に伝え、積極的にを行うように指導する。

予習・復習は、個々に独立した学習活動と捉えるべきではない。予習・復習を授業と関連させて、予習・授業・復習という一連の流れをワンセットと捉え、積極的に取りこませることにより、学習効果を何倍も高めることができる。

(2) 予習・復習の仕方を年度初めに指導する。

予習・復習をするようにといても、生徒がその仕方を知らない場合がある。年度の初めに、担当者間で、その学校の実情にあった予習・復習の仕方について話し合い、生徒へ具体的に指示することが重要である。

(3) 授業の最後に次時の予習のポイントを伝える。

次の授業がどこまで進み、どこを重点的に予習すればいいのかを知らせることにより、生徒は予習のめどを立てることができ、やる気を起こすことができる。

(4) 授業をおろそかにさせない。

予習をしたからといって授業をおろそかにさせてはいけない。予習で誤った解釈をしている場合もあるし、教科書に関連して重要な内容に触れることもある。自分で予習したことを授業で確認しながら、更に定着を図るよう指導することが重要である。

IV 思考力・表現力・学習意欲について

平成 19 年 6 月、学校教育法の一部が改正され、義務教育の目標が具体的に示されるとともに、小・中・高等学校等においては、「生涯にわたり学習する基盤が培われるよう、基礎的な知識及び技能を習得させるとともに、これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力を育み、主体的に学習に取り組む態度を養うことに、特に意を用いなければならない」と定められた(第 30 条第 2 項、第 49 条、第 62 条等)。

これにより、その定義が常に議論されてきた学力の重要な要素は、

- ① 基礎的・基本的な知識・技能の習得
- ② 知識・技能を活用して課題を解決するために必要な思考力・判断力・表現力等
- ③ 学習意欲

であると明確に示された。

特に、思考力・判断力・表現力等及び学習意欲については、身に付いたか目に見えて分かるものではなく、指導の効果を評価しがたい部分であるが、「生きる力」を支える重要な力でもあるので、生徒が身に付けられるよう指導法を改善していく必要がある。

1 思考力を高める指導について

身近な事象を考察する場合、我々は最初に数学的な処理ができるように数学化し、身に付けた基礎的・基本的な知識・技能を用いて結果を出し、元の事象へ戻す。これが数学的活動であり、その根幹をなすのが数学的思考力である。

1 数学的思考力とは

数学的思考力が身に付けば、自己解決できるという自信につながり、自主的な学習へ発展する要因にもなる。活用する力を高めるためには必要不可欠な能力である。数学的思考力の代表的なものに以下の5つの考え方がある。

(1) 見通しを立て推論する考え方

推論には、集めた情報から何が言えるかを考える帰納的な推論、既習の似たような内容から結論を予測する類比的な推論等がある。類推して得られた結果は、あくまでも予測なので、結果の証明が必要である。

(2) 一般化する考え方

ある一部で成り立つ概念や性質を、一部ではなく全体に拡張して、一般性を求めていく考え方を一般化という。思考過程では、一部分における概念や性質を見いだすために帰納的な推論を行い、徐々に拡張する段階で、それらの概念や性質が同様にいえるかについて類比的な推論を行う。

(3) 特殊化する考え方

最初から一般的に考えても状況が把握できない場合、一般性を失わないように、分かりやすい数値を代入して考えたり、次元を下げて考えたりして、見通しを立てて一般的な結論を類推することがある。この考え方を特殊化する考え方といい、大切なのは、特殊な場合から一般的な結論の見通しを立てさせるところである。したがって、質問するときに「～となることを示せ」というように結論を与えてしまうと特殊化しなくなるので注意する必要がある。また、「～をすることにより・・・」のように解法のヒントを与えてしまうと特殊化せず、直接解答に入ってしまう生徒がいるので、やはり配慮を要するところである。

(4) 図形化、グラフ化の考え方

事象を図示したり、グラフ化すると、視覚的に捉えることができ、状況を把握しやすくなる。このような考え方を図形化、グラフ化の考え方という。指示されなくても積極的に図示したりグラフ化したりして考える姿勢を身に付けさせたい。

(5) 逆算的な考え方

目指す結論に至るには、何が分からないといけないか、何を証明しないといけないか等、逆算的にたどって、優先的に取り組むべき課題を把握し、段階的に課題を解決していく考え方がある。結論をすぐ導けないような複雑な課題のときに効果的な考え方で、思考の幅が広がる。

2 指導上の留意点

思考力を高めるためには、教員の計画的な準備と生徒への配慮が重要になってくる。以下に指導上の留意点についてまとめる。

(1) 課題の与え方を工夫する。

課題には、基礎・基本の定着を図るドリル的な易しい課題から、既習事項を盛り込んだ難しい総合問題までいろいろある。その中で、数学的な思考力を高める課題というのは、総合問題に近い発展的な問題になることが多いと思われがちであるが、工夫をすれば基本的な問題でも思考力を要する問題にすることができる。

例えば、紙から立体を作り、体積が最大になる場合を考える問題がよく出題される。これを実生活の場面で考え、厚みのある板にするとかなり思考力の要する問題になる。また、連立方程式の問題で、「100 円のリンゴと 70 円のミカンで 11 個買ったなら 950 円であった。何個ずつ買ったか」という問題もよくあるが、実生活では、買った後にこのような計算はあまり行わない。それよりは、「1000 円以内で 100 円のリンゴと 70 円のミカンで 11 個買いたい。リンゴをできるだけ多く買う買い方を考えなさい」のように、実際に起こりうる設定にした方が思考力を要する問題になる。

(2) 場合分けを必要とする課題を与える。

条件によって、考え方や結論が異なる場合に、場合分けをして結論をまとめることがある。この考え方は、定義された範囲内で、漏れなく場合分けをし、その上、各条件下での結論を導いてまとめなければならないので、かなりの思考力を要する。場合分けをするにあたり、なぜ場合分けが必要なのか根拠を明らかにし、生徒を納得させて授業を進めることが重要である。なぜなら、場合分けの問題を苦手としている生徒は多く、中にはどうして場合分けをするのか理解できない生徒もいるからである。

(3) 1 つの課題に対して多用な解法を取り扱う。

多様に考えられる課題に対しては、1 つの解法だけでなく、他の解法についても考えさせると思考の幅が広がり、思考力を高めることができる。そして、この多様な解法を扱ったとき、それらを比較して、メリット、デメリットについて検討する時間を設けると、解法の使い分けができるようになり、1 つの方法が壁にぶつかっても、別な方法を考えるという臨機応変な対応が身に付く。更に、設定条件を変えると結論はどのように変わるかなどを試行することにより、一層思考力を高めることができる。

(4) 段階的な思考発展を促す

基本的な課題から段階的に発展的な課題にレベルを上げていくことにより、徐々に思考力を高めていくこともできる。そして、同じような課題で定着を図り、思考力を付ける。

(5) 考えさせる時間をしっかりとる。

思考力を身に付けさせるには、生徒が同じような思考過程を何度も経験することが重要である。教員からの指示に従って結果を得ても、生徒の思考力が高まったとは言えない。したがって、考えさせたい課題のときは十分な時間を与え、生徒の思考体験を豊富にさせたい。

(6) 生徒に考えさせるような発問をする。

生徒の思考力を高めるためには、発問の仕方にも配慮する必要がある。「発問→返答」のように、答えが明確な質問や一問一答式の質問には、生徒の発想や思考があまり入らないので、思考力を高めることができない。それに対して、「発問→思考→返答」のように“発問”と“返答”の間に、生徒の思考過程が入るような質問をすると思考力が高まる。多様な解法が考えられる質問など思考過程を必要とする質問が効果的である。

(7) 生徒に問題を作らせる。

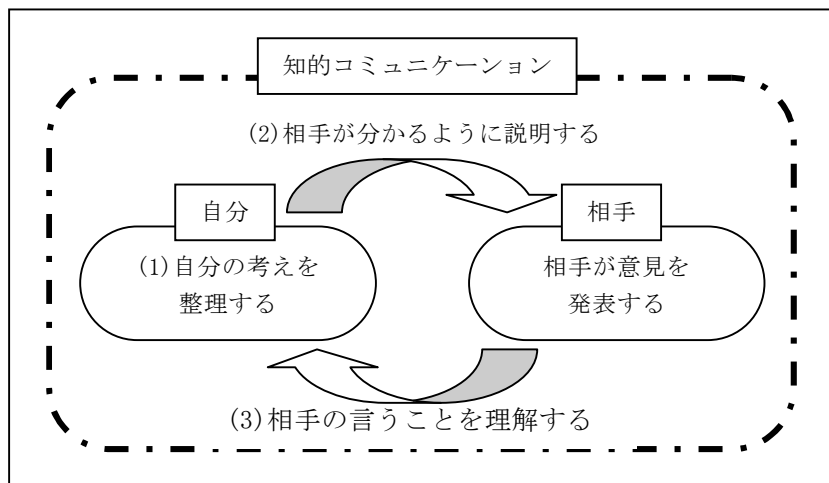
生徒に作問させるのも思考力を高める効果的な方法である。与えられた問題を解くのと違って、作問するためにはその学習内容に対して十分な理解がないとできないし、問題を解く視点からではなく作問する視点という異なる角度から学習内容を捉えることになるので更に深い理解を促進できる。学習形態も、生徒同士で出題し合って解答し合うように工夫すれば、学習意欲の向上も期待できる。

2 表現力を高める指導について

数学の表現力は、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、自分の考えを分かりやすく説明したり、相手の言っていることを理解したりする能力である。新学習指導要領数学科の目標では、「事象を数学的に考察し処理する能力を高め」の部分が「事象を数学的に考察し表現する能力を高め」に改善され、思考力と表現力が密接な関係にあるとし、互いの知的なコミュニケーションを図るために表現力は重要な役割を果たすものであるとされている。考え方や意見等について知的コミュニケーションを図ることにより、互いに学び合い、高め合うことができ、学力を向上させることができる。

1 数学的表現力とは

表現力というとは、自分の考えや意見を作品、動作、表情等を通して、相手に訴えかけたり表面化させる能力のことで、主に表出のイメージが強い。数学の表現力は、右図のように、相手に自分の考えを説明するだけでなく、互いに自分の考えを伝え合い、相手の言っていることを理解する知的コミュニケーションを互に行うことである。以下の3つの力が数学的表現力を高めるために必要な要素である。



以下の3つの力が数学的表現力を高めるために必要な要素である。

(1) 自分の考えや意見を整理する力

自分の考えや意見をもつていても、頭の中で考えているだけでは断片的にまとまっているだけで、論理的に抜けている部分があったり、理解したつもりが理解できていなかったりする場合がある。この段階で相手に説明しても正確に伝わる可能性は低い。ノート等に言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、自分の考えや意見をまとめ、断片的であった内容を1つに整理する力を養う必要がある。

(2) 人に説明する力

自分の考えや意見を整理した後、次に重要なのが人に説明する力である。ここで大切なのは、一方的な説明ではなく、相手が分かるように自分の考えや意見を伝えなければならないということである。そのためには、効果的な話術も必要であるが、それ以上に、説明する内容についての深い知識と理解が必要となるため、説明する側は高い見地から全体が捉えられるよう勉強し、自分を高めておく必要がある。

(3) 相手が言うことを理解する力

自分の考えや意見を一方的に説明するだけではいけない。相手が言うことを理解する力も必要である。なぜなら、相手の反応から、自分の説明のどこが理解されていないか、相手がどのような意見をもっているかを知り、更に説明を加え、自分の考えや意見を理解してもらう必要があるからである。

2 指導上の留意点

考え方や意見等の知的コミュニケーションをすることにより、互いに学び合い、高め合うことができ表現力を高めることができる。表現力を高めるには、思考力と同様に、教員の計画的な準備と生徒への配慮が重要になってくる。以下に、表現力を高めるための指導上の留意点をまとめる。

(1) レポート課題を課す

自分の考えや意見を整理する力を養うために、日頃はノートにまとめる習慣を付けさせ、単元の終わりにレポート課題を課すのが効果的である。レポート課題の内容としては、計算だけではなく、説明を必要とする問題を与えたい。このとき、言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、「自分だけが分かっていたらよい」のではなく、「相手に自分の考えを理解してもらう」のように相手の存在を意識しながら自分の考えや意見を論理的にまとめるように指導することが大切である。

(2) 答案の書き方を指導する。

レポート課題は頻繁に出せないが、日頃簡単にできる指導が、答案の書き方指導である。問題には、計算が主体の問題から、発展的な文章問題までいろいろあるが、いずれの問題にしても採点者という相手に対して自分の考えを答案という形で伝えるわけだから、分かりやすくまとまっている必要がある。答案の書き方に問題がある場合は、ただ減点するだけではなく添削して、解答の書き方（解答の順序、はっきりとした字で書く）や単に計算式を羅列するのではなく何が必要な途中式・説明なのかなど具体的に問題点を指摘し、再度やり直しをさせることで、まとめる力を伸ばすことができる。

(3) 考えを発表する場を設定する。

自分の考えや意見をまとめても、数学的な図、表、式、グラフ等をうまく活用して、相手が分かるように説明できないと表現力が身に付いたとは言えない。発表する場を設定すると、相手の存在を意識した分かりやすいまとめを心掛けるようになるので、表現力を高めるには有効な指導である。例えば、解答をただ板書させるだけではなく、自分の解答を全員の前で説明させると、説明をするために、板書を工夫するようになる。また、説明するときは、相手に理解してもらうために、どこがポイントかを考えて説明するようになる。

(4) 生徒同士で教え合う場を設定する。

全体に対して発表するというの是一方的な面をもっており、聞く人すべてが理解できていなくても成立する。それに対して、1対1やグループなどで、生徒同士で教え合う場合は、聞き手も内容を理解できないと成立しない。発表者が相手に分かりやすく教えるということは、表面的な理解ではなく十分に理解していないと説明できないし、様々な表現力が身に付いていないと相手を納得させられない。聞き手にとっても、理解できない点があれば、発表者に何度も質問して理解を深めることができ、どこまで理解できているかを発表者に伝えるための表現力が高められる。また、発表者が理解不十分なところがあっても、聞き手とお互いに指摘し合うことによって学力を高めることができる。

(5) 発表を聞いて評価し合う場を設定する。

相手のまとめ方や発表の仕方の良い点を見て、自分のまとめ方と比較検討し改善することで、更に表現力を高めることができる。このとき、教員は、評価者が発表者に対して評価をするときに、発表者に対して批評にならないように指導しておかなければならない。また、発表者や評価者として発表する生徒以外の生徒も何らかの形で関わられるようにしておかなければならない。

3 学習意欲を高める指導について

人は、他から強いられるより、自ら進んで取り組もうという内発的な意欲があると、何事にも非常に大きな効果をもたらすことが分かっている。学習に関しても同様で、学習意欲を向上させると、一層の学力向上が期待できる。

1 生徒の現状

(数学への興味・関心) 【生徒質問紙】

PISA^{※1}2003 調査

国名	数学についての本を読むのが好きである	数学の授業が楽しみである	数学を勉強しているのは楽しいからである	数学で学ぶ内容に興味がある
日本平均	12.8%	26.0%	26.1%	32.5%
OECD 平均	30.8%	31.5%	38.0%	53.1%

(数学の勉強への動機付け) 【生徒質問紙】

国名	将来就きたい仕事に役立ちそうだから、数学はがんばる価値がある	将来の仕事の可能性を広げてくれるから、数学は学びたいがある	自分にとって数学が重要な科目なのは、これから勉強したいことに必要だからである	これから数学でたくさんのお話を学んで、仕事につく時に役立てたい
日本平均	49.4%	42.9%	41.4%	47.1%
OECD 平均	75.3%	77.9%	66.2%	70.5%

上の表から、日本の生徒は、数学への興味・関心や勉強への動機付けがOECD^{※2}平均に比べてかなり低いことが読み取れる。教員は、生徒たちが勉強に興味・関心を持ち、勉強への動機付けがなされる授業を行い、生徒の学習意欲の向上を図っていかなければならない。

2 指導上の留意点

(1) 教員が生徒のつまづくポイントを把握し、生徒に分かる授業を行う。

生徒の基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着を図り、生徒に分かる喜びを実感させると学習意欲につながる事が分かっている。教員は、生徒がつまづきやすいポイントはどこなのか、どのような指導をすれば生徒が理解しやすいかを研究し、授業改善を図る必要がある。

(2) 数学の有用感を実感させたり、数学を学ぶ意義を認識させる。

身近な事象を取り上げ、現在習っている数学の有用性を実感させることができれば、学習意欲を向上させることができる。また、キャリア教育等を通じて、生徒に自らの将来について夢やあこがれをもたせ、学ぶ必要性や意義を認識させ、学習意欲の向上に結びつけることも重要である。

(3) 褒めたり声掛けをして生徒を認める。

達成感を得たり、結果への承認が得られると、人は更にモチベーションが向上し、意欲が高まる事がさまざまな実証や理論で分かっている。生徒を指導する際には、上手に褒めたり、認めたりすることにより学習意欲の向上につなげていくことが重要である。特に、数学は、ノートやプリントを提出させる機会が多い。確認印を押すだけでなく、アドバイスや感想など学習意欲が高まるような一言を添えて返却すればやる気につながる。

(4) 各種検定など具体的な目標を設ける。

社会的に認められた数学検定や、学校独自に設けたコンクールなど、具体的な目標を設定することにより学習意欲を高めることができる。自分の学力が評価されることにより、更に意欲が高まる。

※1：PISA Program for International Student Assessment の略で、経済協力開発機構による国際的な生徒の学習到達度調査のこと

※2：OECD Organization for Economic Co-operation and Development の略で経済協力開発機構のこと

V 数学的活動と課題学習について

「数学的活動」は創造性の基礎を培う学習方法として、平成11年3月改訂の学習指導要領数学科目標で初めて使われた言葉である。このとき「数学的活動」という言葉は、目標の中盤に記され、1つの学習方法としての意味合いが強かった。しかし、今次の改訂で「数学的活動」という言葉は、目標の冒頭に置かれ、「数学的活動」が目標全体にかかるように位置付けられた。

このことから分かるように、数学の授業における様々な活動の場面で、数学的活動を一層重視していくことが求められている。

平成11年3月改訂の目標	平成21年3月改訂の目標
数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高め、 数学的活動 を通して創造性の基礎を培うとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。	数学的活動 を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。

1 数学的活動について

「数学的活動」とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学に関わりのある様々な営みを意味しており、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものである。今後の授業では、言語活動や体験活動も取り入れながら、一層数学的活動を重視していくことが大切である。

1 数学的活動についての配慮事項

指導に当たっては、各科目の特質に応じ数学的活動を重視し、数学を学習する意義などを実感できるようにするとともに、次の事項に配慮する。

(1) 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。

(1)は、問題の解決に関することを述べている。以下の一連の活動が大切である。

- ・課題については既に数学的に表現されているものであっても構わない。大切なことは、一人一人の生徒にとって解決する必要性のある課題であることである。
- ・その課題を分析し、解決のための構想を立て、考察・処理する。
- ・結果を得たら、その過程を振り返り、条件がどこに生かされているか、条件を変えると結果はどのように変わるか、見方を変え違うやり方で結果を得ることはできないかなどを検討し、可能ならば新たな課題を設定する。

このような一連の活動を通して、主体的に数学を学ぶ態度が育てられる。

(2) 学習した内容を生活に関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。

(2)は、学習した内容を日常生活や社会生活などにおける問題の解決に活用することを述べている。この場合、以下のことが必要となる。

- ・日常生活や社会生活などにおける事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現(数学化)する。
- ・数学的な結果が得られたら、結果を元の事象に戻し、その意味を考える。

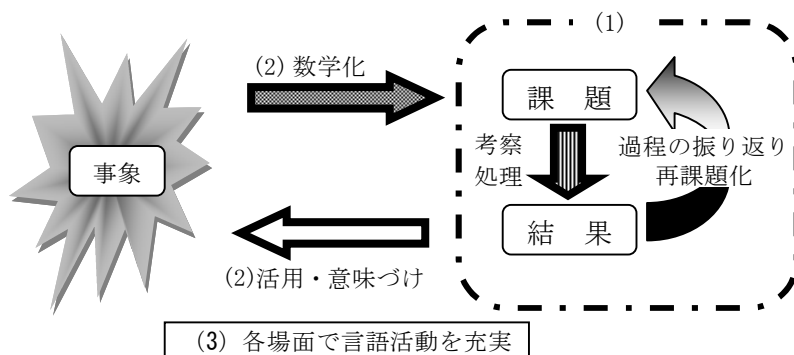
このような活動が、数学的な表現を見直し、そのよさを認識することにつながるのである。

(3) 自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

(3)は、言語活動の充実に直接関わることを述べている。以下の点から、数学の学習においても言語活動が必要である。

- ・数学の論理は、元来、自分自身が納得し、回りの他者を納得させるためのものである。
- ・数学の学習においても「説明する」「議論する」という場面があってしかるべきものである。

このような活動が、内容の理解を深めるとともに、様々な場面で数学を活用することや健全な批判力を育てることにつながる。



2 数学的活動の留意点

数学的活動には、試行錯誤をしたり、資料を収集整理したり、観察したり、操作したり、実験したりすることなどの活動も含まれるが、教員の説明を一方的に聞くだけの学習や単なる計算練習を行うだけの学習は含まれない。そのため、数学的活動を通して、生徒に目的意識をもって主体的に取り組ませるために以下のことに留意する。

(1) 実感を伴って理解できるようにすること。

事象を図示したり、グラフ化したり、ICT機器を活用したりして、生徒に実感を伴って理解させることが大切である。実感を伴い、深い理解をすることで、基礎・基本が確実に定着し、活用力の向上につなげることができる。また、生徒に問題を作らせることにより、数値的、図形的な感覚を実感させることができるので有効な活動と思われる。

(2) 思考力、判断力、表現力等を高めることができるようにすること。

身に付けた基礎的・基本的な学力を活用させるためには、思考力、判断力、表現力等の向上が必要である。P.38～P.41を参考にしながら思考力、表現力を育成する指導をしていくことが重要である。

(3) 数学を学ぶことの楽しさや意義を実感できるようにすること。

生徒の主体的な学習を促すには、基礎的・基本的な知識・技能を確実に定着させ、分かる喜びを知りながら、数学を学ぶことの楽しさや意義を実感させることが大切である。身近な事例と結びつけるなどの工夫をして、問題解決ができるようにすることが重要である。

==== 言語活動の充実について ====

知識・技能を習得するのも、これらを活用し課題を解決するために思考し、判断し、表現するのもすべて言語によって行われるものであり、これらの学習活動の基盤となるのは、言語に関する能力である。さらに言語は、論理的思考だけではなく、コミュニケーションや感性・情緒の基盤でもあり、豊かな心をはぐくむ上でも、言語に関する能力を高めていくことは大切である。数学の授業においても、言語に関する能力の育成を重視し、その充実を図るよう求められている。

平成20年1月の中央教育審議会答申には以下のような活動が例示されている。

- ①体験から感じ取ったことを表現する
- ②事実を正確に理解し伝達する
- ③概念・法則・意図などを解釈し説明したり活用したりする
- ④情報を分析・評価し、論述する
- ⑤課題について、構想を立て実践し、評価・改善する
- ⑥互いの考えを伝え合い、自らの考えや集団の考えを発展させる

また、学習指導要領解説数学編では、次のような活動が例示されている。

- 授業のまとめとして、その時間のポイントなどを生徒に表現させる。
- 問題の解答を板書させ、どのように考えて解いたかを説明させたり、どのようにすればよりよい表現になるかを考えさせたりする。
- 問題の解決で、誤った解答に対しては、どこが誤りか、誤っていると言える理由は何か、どこをどのように修正すれば正答になるかなどを生徒に考えさせ説明させる。

これらの例を参考に言語活動を充実させることが大切である。

2 課題学習について

課題学習とは、「数学Ⅰ」及び「数学A」の学習内容またはそれらを相互に関連付けた内容について、実生活と関連付けたり、学習した内容を発展させたりして、生徒の関心や意欲を高める課題を設け、数学的活動を特に重視して行う学習のことである。

1 指導の時期と場面

- (1) 項目の終わりに実施する必要はなく、複数の項目にわたる課題を複合して学習しても良い。
- (2) 早い時期に課題学習を行い、それ以後の内容ではどのようなことを学習するのかを感じ取らせ関心や意欲をもって学習を進められるように工夫しても良い。

2 取り上げる課題

課題学習として、学習内容に関連させながら、以下のような課題を取り上げるとよい。

(1) 生徒の関心や意識を高める課題

生徒が目的意識をもって主体的に取り組むためには、生徒が興味・関心をもち、学習意欲が高まるような課題であることが必要である。

(2) 実生活と関連付けた課題

実生活と関連付けた課題を設定することにより、有用感を実感させることができ、興味・関心を高めることができる。

(3) 生徒の疑問からの課題

学習内容に関して生徒からの疑問点が出されたら、それに関連して課題学習を進めてもよい。疑問をもつということは、学習内容に対して興味・関心があるということなので、生徒の主体的な学習が期待できる。

(4) 生徒の育てたい能力とその能力を育てるために相応しい課題

学習内容のうち、生徒のこれからの学習活動につなげていくうえで高めておきたい内容があれば、課題学習で取り上げ、興味・関心を高めておくのもよい。

3 指導上の留意点

課題学習を授業で扱う時には、以下の点に留意しながら指導をしていくとよい。

(1) 生徒の主体的な学習の重視

主体的な活動とは、生徒自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って、得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすることである。

このような点を考慮し、生徒一人一人が自ら主体的に活動できるような工夫をすることが大切である。

(2) 数学のよさの認識

数学のよさとは、数学的な見方や考え方のよさ、数学の概念や原理・法則のよさ、数学的な表現や処理の仕方のよさ、数学の実用性や汎用性などの数学の特長、数学的活動や思索することの楽しさなどがある。このような数学のよさを認識させ、数学に対する関心と主体的に数学を学ぼうとする意欲を高めることが大切である。

(3) 言語活動や体験的活動の重視

数学的活動を通し、事象を数学的に表現し、数学的に考察・処理し、その結果を解釈し表現したり、よりよい数学的な表現へ改善したりすることが重要である。そのため、自分の考えを発表したり、議論したりするなどの活動を取り入れることが大切である。

資料編 課題学習の事例

1 黄金比を求めよう

目的 2次関数の応用問題として、黄金比を扱う。更に白銀比の話題や以後に習う数列分野のフィボナッチ数列との関係にも触れ、さらなる興味・関心をもたせる。

単元 2次関数

問題 $AB = a$ の長方形 $ABCD$ において、辺 AD , BC 上にそれぞれ点 E , F を $DC = ED = FC$ となるように定めたとこ、長方形 $EA BF$ がもとの長方形 $ABCD$ と相似になった。辺 AD の長さを求めよ。

展開例

- ① $AD = x$ とし方程式を作らせる。
- ② この方程式が x についての2次方程式となることを確認させ、解の公式を使って生徒に解かせる。

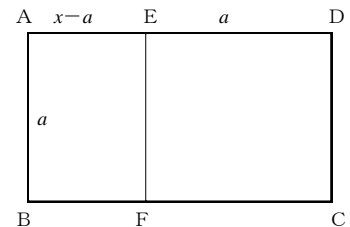
(解) $AD = x$ とおくと、 $AB : AD = AE : AB$ より、

$$a : x = x - a : a \quad \text{従って、} \quad x(x - a) = a^2$$

$$x^2 - ax - a^2 = 0$$

$$x = \frac{a \pm \sqrt{5}a}{2} \quad x > 0 \text{ より、} \quad x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} a$$

このときの辺の比 $1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ を黄金比という。



- ③ 黄金比をまとめる。
「線分を2つに分けて、全体の大きい方に対する比が、大きい方の小さい方に対する比に等しくなるようにする。」として定義される。 $AP : AB = PB : AP$

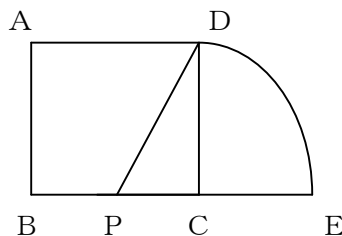


- ④ 黄金四角形 (辺の長さの比が黄金比になる四角形) の黄金分割の話題に触れる。
・黄金四角形から短辺を一辺とする正方形を取り除くと、残る部分はまた黄金四角形となる。
この長方形は無限個の正方形で埋め尽くされていく。

問題 黄金比を作図しよう。

展開例

- ① 正方形 $ABCD$ を利用して、黄金比 $AB : BE$ が作図できる。作図して生徒に紹介。



※ $BP = PC$ とする。

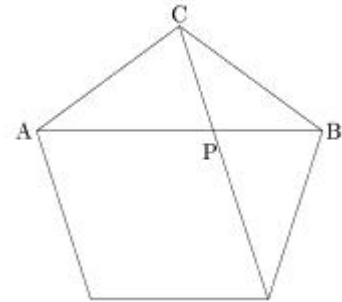
- ② なぜ、黄金比になるか考えさせる。
(解) $AB = 2$ とすると、 $PC = 1$ 。よって、 $PD = \sqrt{5}$
 $BE = BP + PE = 1 + \sqrt{5}$

(補足) 「 $AB = 2$ とするとき、 BE 上に $1 + \sqrt{5}$ をとるのはどのように作図をしたらよいか。」
という展開でもよい。

問題 1 辺の長さが a である正五角形の対角線の長さを、三角形の相似を用いて求めよ。

展開例

- ① 正五角形の対角線を結べば、黄金比 $AP : AB$ が作図できる。正五角形の図形の中に黄金比が表れることに触れる。
 $\triangle ABC \sim \triangle CBP$ であることから証明させる。
 生徒に考えさせる。



(解) $AB = x$ とおく。 $AC = BC = AP = a$
 $\triangle ABC \sim \triangle CBP$ より、 $AB : BC = CB : BP$
 $x : a = a : x - a$ 従って、 $x(x - a) = a^2$
 $x^2 - ax - a^2 = 0$
 $x = \frac{a \pm \sqrt{5}a}{2}$ $x > 0$ より、 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} a$

- ② 身近にある黄金比を紹介する。
 (ア) 「ギリシャのパルテノン神殿」
 この建物の縦横の比が黄金比に近いと言われている。
 (イ) 「ミロのビーナス」
 つま先からへそまでと、つま先から頭の先までの比が黄金比となっている。
 (ウ) 「最近のテレビの縦横の長さの比」
 (エ) 「名刺の縦横の長さの比」

宿題 黄金比や白銀比 ($1 : \sqrt{2}$) について調べ学習をさせる。

黄金比について他にどのようなものがあるか調べてくるように言う。
 また、白銀比についても調べてくるように言う。次の時間に調べた結果を発表させる。

発展内容 発展的内容としてフィボナッチ数列との関係に触れる。

- ① 知っている生徒がいないか聞く。出てこなければ、解説する。
 「フィボナッチ数列とは、1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... という数列である。」
 この数列の規則は、前の2つの項の和が次の項の値になっている。この数列を始めて本格的に研究した人は、レオナルド・ピサノという数学者である。彼はウサギのつがいについて、「ウサギのつがいは、生まれてから2か月経つと雌雄一対の子どもを産むという。このとき、一つがいのウサギはどのように増えていくか」という問題で、この数列を研究したといわれている。
- ② 生徒にフィボナッチ数列の隣り合った項の比を計算させる。
 このフィボナッチ数列と黄金比とは一見関連がない様に見えるが、2つの間の隠された関係「フィボナッチ数列の隣同士の数の比をとるとその比が次第に黄金比に近づいていく」ということが計算によって導くことができる。

フィボナッチ数列の隣接する2項の比の性質
 フィボナッチ数列の隣接する項の比率は

$$\frac{1}{1} = 1, \frac{2}{1} = 2, \frac{3}{2} = 1.5, \frac{5}{3} = 1.666666, \frac{8}{5} = 1.6, \frac{13}{8} = 1.625, \frac{21}{13} = 1.615386$$

$$\frac{34}{21}=1.619047, \quad \frac{55}{34}=1.617647, \quad \frac{89}{55}=1.618181$$

となり（値は近似値），黄金比 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.6180339887\dots$ に近づく。

- ③ フィボナッチ数列が身近に（自然界に）表れている例を紹介
- (ア) 草木の枝分かれの仕組み
 - (イ) バラの花の模様
 - (ウ) 松かさの模様
 - (エ) 巻き貝
 - (オ) ひまわりの種の配列

2 相加平均, 相乗平均, 調和平均について

目的 平均には, 相加平均だけでなくいろいろあることを認識させる。とくに, 身近な話題に対して, 相加平均では解決できない例を挙げることで, 平均は相加平均だけでないことを認識させる。そこから, 相乗平均, 調和平均にも触れて, その意味を考えさせる。

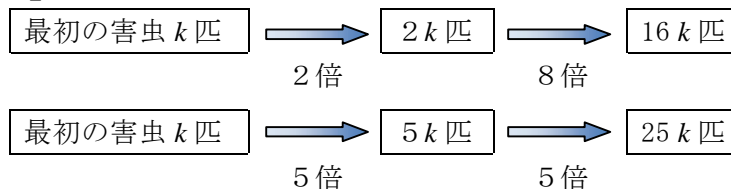
単元 データの分析

問題 1年で害虫が2倍になり, 次の1年で8倍になったとき, 1年あたり平均何倍になったか。

展開例

- ① 生徒に考えさせ, 答えを求めさせる。
相加平均を求める生徒, 分からない生徒, 相乗平均の式を意識せずに結果を出す者が予想される。
- ② 平均って何か? (発問) テストの平均点, など
- ③ 解説する。

$$\frac{2+8}{2}=5 \text{ 倍} \quad ?$$



平均にはいろいろあり, この場合は, $\sqrt{2 \times 8} = 4$ 倍
これを相乗平均という。

問題 ある年の経済成長率 2%, 翌年の経済成長率 8%の場合, この2年間の平均成長率は何%か。

展開例

- ① 生徒に考えさせる。
(解答) $\sqrt{1.02 \times 1.08} = 1.04957\dots$ より, 約 5%

問題 自宅から車で店へ出かけた。行きは平均時速 60km 帰りは平均時速 90km で走った。往復の平均速度は時速何キロだろうか。

展開例

- ① 生徒に考えさせる。

(解答) $\frac{2}{\frac{1}{60} + \frac{1}{90}} = 72$ kmである。これを調和平均という。

② 一般式のまとめ

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき, } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \quad \text{等号成立は, } a = b \text{ のとき}$$

問題 調和平均になる例を調べなさい。

例 ピタゴラス音階

ピタゴラスは弦の長さの比が簡単な整数比のときに、発する音がよく調和することに注目した。ド、ファ、ソ、 $\bar{\text{ド}}$ の音はその条件に合致する。ドと $\bar{\text{ド}}$ は 2 : 1, ドとソは 3 : 2, ドとファは 4 : 3 であって、簡単な整数比である。発する音の振動数は弦の長さに反比例し、弦が短いほど振動数は大きくなり高い音となる。

$3/2$ は 1 と 2 の相加平均, $4/3$ は調和平均になっている。

	弦の長さの比	振動数比
ド	2	1
ファ	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$
ソ	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$
$\bar{\text{ド}}$	1	2

③ そのまま？交換？（3ドア問題・モンティ・ホールのジレンマ）

目的 クイズを例に確率の有用性を実感させる。

単元 場合の数, 確率

問題 3つの箱があり、そのうち1つの箱が当たりである。この3つの箱から1つを選んで当たりを引きたい。今、あなたは、箱を1つ選び、開けようとする。主催者が、「あなたはラッキーです。あなたが選ばなかった2つの箱のうち、はずれの箱を1つ開きましょう」と言って箱を開けてくれた。さらに、主催者は、「あなたは本当にラッキーです。開ける箱を変えてもいいですよ」このとき、あなたは最初に選んだ箱を選ぶのと交換して箱を選ぶのとどちらが得でしょう。

展開例

① 生徒に予想させる。

② 計算を説明する。

(1) 最初に当たりの箱を選んでいたら、当たっている箱を選ぶ確率は、 $\frac{1}{3}$
 このとき、交換しなければ、必ず当たり、交換すれば必ずはずれるので、
 交換しなかった場合は、 $\frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$ 、交換した場合は、 $\frac{1}{3} \times 0 = 0$

(2) 最初にはずれの箱を選んでいたら、はずれている箱を選ぶ確率は、 $\frac{2}{3}$
 このとき、交換しなければ、必ずはずれ、交換すれば必ず当たるので、
 交換しなかった場合は、 $\frac{2}{3} \times 0 = 0$ 、交換した場合は、 $\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$

以上より、交換しなかった場合は当たる確率は、 $\frac{1}{3}$ 、交換した場合は当たる確率は、 $\frac{2}{3}$

③ 予想と実際が合っていたか、違っていたかの感想を生徒に発言させる。

応用（箱を増やすとどうなるか。）

問 10個の箱があり、そのうち1つの箱が当たりである。この10個の箱から1つを選んで当たりを引きたい。今、あなたは、箱を1つ選び、開けようとする、主催者が、「あなたはラッキーです。あなたが選ばなかった9つの箱のうち、はずれの箱を8つ開きましょう」と言って箱を開けてくれた。さらに、主催者は、「あなたは本当にラッキーです。開ける箱を変えてもいいですよ」このとき、あなたは最初に選んだ箱を選ぶのと交換して箱を選ぶのとどちらが得でしょう。

(1) 最初に当たりの箱を選んでいたら、当たっている箱を選ぶ確率は、 $\frac{1}{10}$

このとき、交換しなければ、必ず当たり、交換すれば必ずはずれるので、

交換しなかった場合は、 $\frac{1}{10} \times 1 = \frac{1}{10}$

交換した場合は、 $\frac{1}{10} \times 0 = 0$

(2) 最初にはずれの箱を選んでいたら、はずれている箱を選ぶ確率は、 $\frac{9}{10}$

このとき、交換しなければ、必ずはずれ、交換すれば必ず当たるので、

交換しなかった場合は、 $\frac{9}{10} \times 0 = 0$

交換した場合は、 $\frac{9}{10} \times 1 = \frac{9}{10}$

以上より、交換しなかった場合当たる確率は、 $\frac{1}{10}$ 、交換した場合当たる確率は、 $\frac{9}{10}$

④ 補足

(ア) 予想させた後、どのような確率になりそうか実験をしてから、計算の説明をしてもよい。

(イ) 応用の結果から、箱の数が増えれば増えるほど、交換したほうがよい結果になることが分かる。生徒も箱の数が増えてくると感覚的に「交換したほうが得なのは」という感想をもつと思われる。

(ウ) 生徒には思い込みと実際の確率の違うこともあることに気付かせたい。

4 倍数の判定方法

目的 倍数の判定方法を考えよう。

単元 整数

問題 1, 234, 567, 890は何の倍数だろうか。

(1) 2の倍数, 5の倍数, 10の倍数

(2) 3の倍数, 9の倍数

(3) 4の倍数, 8の倍数

(4) 6の倍数, 11の倍数, 7の倍数, 13の倍数

展開例

① 生徒に答えさせる。(予想させる)

② 判定法を知っている生徒がいたら、答えさせる。

③ 判定法の証明をしながら解説する。

(1)の解説 (1の位を調べるもの)

【2の倍数】…1の位が2の倍数(偶数)であること。よって、2の倍数

【5の倍数】…1の位の数が0か5であること。よって、5の倍数

【10の倍数】…1の位の数が0であること。よって、10の倍数

(2)の解説 (各位の和を考えるもの)

【3の倍数】 ・各位の数の和が3の倍数であること。

$$100a+10b+c=(99+1)a+(9+1)b+c=3(33a+3b)+\underline{(a+b+c)}$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+0=45=3\times 15 \quad \text{よって, 3の倍数}$$

【9の倍数】 ・各位の数の和が9の倍数であること。

$$100a+10b+c=(99+1)a+(9+1)b+c=9(11a+b)+\underline{(a+b+c)}$$

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+0=45=9\times 5 \quad \text{よって, 9の倍数}$$

(3)の解説 (下 n 桁の数を考えるもの)

【4の倍数】 ・下2桁の数が4の倍数であること。

$$100a+10b+c=4\times 25a+\underline{(10b+c)}$$

$$\text{下2桁 } 90=4\times 22+2 \quad \text{よって, 4の倍数ではない。}$$

【8の倍数】 ・下3桁の数が8の倍数であること。

$$1000a+100b+10c+10d+e=8\times 125(10a+b)+\underline{(100c+10d+e)}$$

$$\text{下3桁 } 890=8\times 111+2 \quad \text{よって, 8の倍数ではない。}$$

(4)の解説

【6の倍数】 ・2の倍数かつ3の倍数であること。 よって, 6の倍数

【11の倍数】 ・「(奇数番目の数の和) - (偶数番目の数の和)」が11の倍数であること。

$$10000a+1000b+100c+10d+e=(10000a+100c+e)+(1000b+10d)$$

$$=11(909a+9c)+11(91b+d)+(a+c+e)-(b+d)$$

$$\text{(例) } x=1, 234, 567, 890 \rightarrow (2+4+6+8+0)-(1+3+5+7+9)=-5 \text{ なので } x \text{ は } 11 \text{ の倍数でない。}$$

【7の倍数】 ・末位から3桁ごとに区切り, 右端の区画を最初の区画とするとき,

「(奇数の区画の総和) - (偶数の区画の総和)」が7の倍数であること。

$$100000a+10000b+1000c+100d+10e+f=1000(100a+10b+c)+(100d+10e+f)$$

$$=143\times 7(100a+10b+c)-(100a+10b+c)+(100d+10e+f)$$

$$\text{(例) } x=1, 234, 567, 890 \rightarrow 1 | 234 | 567 | 890 \text{ と区切ると,}$$

$$\text{奇数の区画の総和}=234+890=1124,$$

$$\text{偶数の区画の総和}=1+567=568$$

$$1124-568=556=7\times 79+3 \text{ は } 7 \text{ の倍数でないので } x \text{ は } 7 \text{ の倍数でない。}$$

【13の倍数】 ・末位から3桁ごとに区切り, 右端の区画を最初の区画とするとき,

「(奇数の区画の総和) - (偶数の区画の総和)」が13の倍数であること。

$$100000a+10000b+1000c+100d+10e+f=1000(100a+10b+c)+(100d+10e+f)$$

$$=77\times 13(100a+10b+c)-(100a+10b+c)+(100d+10e+f)$$

$$\text{(例) } x=1, 234, 567, 890 \rightarrow 1 | 234 | 567 | 890 \text{ と区切ると,}$$

$$\text{奇数の区画の総和}=234+890=1124,$$

$$\text{偶数の区画の総和}=1+567=568$$

$$1124-568=556=13\times 43+9 \text{ は } 13 \text{ の倍数でないので } x \text{ は } 13 \text{ の倍数でない。}$$

問題 1の位がわからない数字 $x=123456789\boxed{}$ について

(1) x が11の倍数になるように, 1の位を決定せよ。 ($x=1234567895$)

(2) x が7の倍数になるように, 1の位を決定せよ。 ($x=1234567894$)

(3) x が13の倍数になるように, 1の位を決定せよ。 ($x=1234567893$)

5 余りの計算

目的 余りの計算（剰余類）を考えよう。

単元 整数

問題 3^{123} の 1 の位の数は何か。

展開例

- ① 生徒に答えさせる。（予想させる）
- ② 「1 の位だけを調べるので、10 の位以上は調べる必要なし」とヒントを与える。
- ③ 解説：1 の位は 3, 9, 7, 1 の繰り返しだから、答えは 7

問題 123^{100} を 11 で割った余りは何か。

展開例

- ① 生徒に答えさせる。（予想させる）
- ② 上の問題とどこが変わったのか考えさせる。
上の問題は 10 で割った余り、下の問題は 11 で割った余り。
- ③ 「 $123=11 \times 11+2$ 」とヒントを与える。つまり「 2^{100} を考えればよい」
- ④ 解説： 2^n を 11 で割った余りは、2, 4, 8, 5, 10, 9, 7, 3, 6, 1 の繰り返しだから、答えは 1
- ⑤ 補足 合同式を教えても良い。

フェルマーの小定理「 $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ 」

$$x=123, p=11 \text{ の場合だから,} \\ 123^{10} \equiv 1 \text{ より, } 123^{100} = (123^{10})^{10} \equiv 1^{10} \equiv 1$$

6 天びんの分銅

目的 天びんの分銅で、少ない個数で多くの重さを測るにはどうしたらよいか。

単元 n 進法

問題 上皿天びんで重さを測るのに、どのような分銅を準備すれば一番効率よく重さを測れるか。また、7 個の分銅を使うと、最大何グラムまで測ることができるか。

展開例

- ① 「1, 2, 3 グラムのものを測るには、分銅は 1g と 2g の 2 種類でよい」とヒントをだす。
 $1 \text{ グラム} = \boxed{1} + \boxed{2}$, $2 \text{ グラム} = \boxed{1} + \boxed{2}$, $3 \text{ グラム} = \boxed{1} + \boxed{2}$
(網掛けの分銅を使う)
- ② 「4, 5 グラムのものを測るには、何 g の分銅を加えればよいか」と質問する。
「4g の分銅を加える」という解答をひきだす。
- ③ 「1g, 2g, 4g の 3 つの分銅を利用すると、何グラムまで測れるか」と質問する。
①の解説のように考えると、1 グラムから 7 グラムまでのすべての重さが測れることを確認する。
- ④ 「7 個の分銅がどのような重さの時に、最も効率良くできるか」と質問する。
- ⑤ 解説：2 進数を利用することによって、1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 の 7 個の分銅を用意すると、最も効率良く測ることができる。最大は 127 グラム

例えば (網掛けの分銅を使う)

$$14 \text{ グラム} = \boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{4} + \boxed{8} + \boxed{16} + \boxed{32} + \boxed{64} \\ 90 \text{ グラム} = \boxed{1} + \boxed{2} + \boxed{4} + \boxed{8} + \boxed{16} + \boxed{32} + \boxed{64}$$

7 折り紙で平面幾何

目的 体験的活動を通して、三角形の5心を学ばせる。

単元 図形の性質

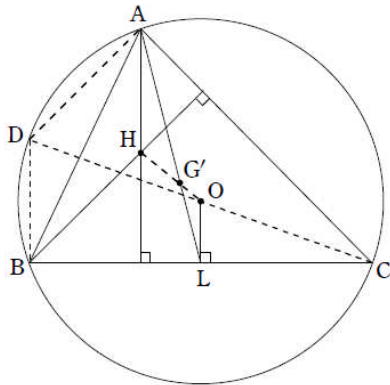
問題 三角形の折り紙を使って、重心、外心、内心、垂心を見付けよう。

展開例

- ① 折り紙を切り4つの同じ三角形を作らせる。(グループ内にいろいろな三角形があるとよい)
- ② 重心の作図の仕方を確認する。
重心…中線の交点
- ③ 折り紙を折って、重心の位置を確認し鉛筆でマークさせる。
- ④ 同様な方法で、折り紙を利用し外心、内心、垂心の位置を見付けさせる。
外心…垂直二等分線の交点 (外接円の中心)
内心…角の二等分線の交点 (内接円の中心)
垂心…垂線の交点
- ⑤ その後、一つの三角形に残りの3点を移す。(例 重心の紙に内心、外心、垂心を移す。)
- ⑥ グループ内で形の違う三角形に対し、五心の位置がどのように違うか見比べさせる。
 - (1) 外心O、重心G、垂心Hが一直線上に並ぶことを確認する。
 - (2) OGとHGの長さを測り、 $HG = 2GO$ となることを確認する。
- ⑦ 三角形の5心について図形的意味を確認する。
傍心…外角の二等分線の交点

発展問題 ⑥の(1)、(2)となる理由を考えよう。

(1)、(2)の証明



[証明]

$\triangle ABC$ の外接円Oの直径をCD、垂心をHとすると

$DB \perp BC$, $AH \perp BC$ より、 $DB \parallel AH$ …①

同様にして $DA \parallel BH$ …②

①、②より四角形DBHAは平行四辺形であるから $DB = AH$

辺BCの中点をLとすると、 $\triangle CDB$ において

中点連結定理より $DB \parallel OL$, $DB = 2OL$

したがって $AH \parallel OL$, $AH = 2OL$

中線ALとHOの交点をG'とすると、 $\triangle G'AH \sim \triangle G'LO$ で
相似比が2:1であるから、G'は $\triangle ABC$ の重心Gに一致する。

すなわち、O、G、Hは1直線上にあり、 $HG = 2GO$ である。

[証明終]

補足1 ベクトルを使った証明方法、座標平面を利用した証明方法などもある。

補足2 $\triangle ABC$ の外心、重心、垂心をそれぞれO、G、Hとするとき、この3点は1直線上にあり点Gは線分OHを1:2の比に内分する。3点O、G、Hを通る線をオイラー線という。

8 正多面体

目的 面のなす角，ねじれの位置にある辺の中点を結んだ線との関係など，いろいろな特徴を実際に模型で確認させる。また，空間図形の性質を論理的に考察し，多面体について学ばせる。

単元 図形の性質

問題 1 正四面体・正六面体模型から分かることは。

展開例

- ① 4，5人のグループに分ける。
- ② グループごとに竹ひごまたは厚紙で正四面体・正六面体の骨組みを作る。
- ③ 模型から分かること，気付くことを挙げていく。

例

- (a) 正四面体のねじれの位置にある辺の中点を結ぶと，その辺と垂直になる。
- (b) 正四面体の6個の辺の中点を結ぶと，正四面体の中に正八面体ができる。
- (c) 正六面体の面の対角に位置する4個の頂点を結ぶと，正六面体の中に正四面体ができる。
- (d) (頂点の数) - (辺の数) + (面の数) = 2 (オイラーの多面体定理) が成り立つ。

- ④ 最後に全体で集約する。

展開例

問題 2 正多面体の探し方を考えよう。

- ① 具体的な正多面体の例を生徒に挙げさせる。
- ② 正多面体ができる以下の条件を考えさせる。
 - 1つの頂点に集まる正多角形の面の数は つより多い。 は2
 - 1つの頂点に集まる正多角形の角の和は 度より小さい。 は360°
- ③ 1つの面を正 n 角形として，正多面体をつくることのできる図形を考えさせる。

1つの面を正 n 角形とする。 ($n \geq 3$)

また，図において $\theta = (180^\circ - \frac{360^\circ}{n}) \div 2$ であるから

正 n 角形の1つの内角は $2\theta = (180^\circ - \frac{360^\circ}{n})$

1つ頂角には3個以上の面が集まり，その頂角の和は 360° より小さくしなければならない。

$$3(180^\circ - \frac{360^\circ}{n}) < 360^\circ \quad \therefore n < 6$$

このことから面として考えられる図形は，正三角形，正方形，正五角形の3種類のみである。

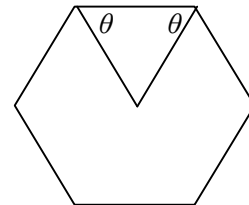
- ④ 正方形を利用した正多面体は正六面体の他にあるかどうか予想させる。
- ⑤ 「オイラーの多面体定理」を利用して証明する。

1つの頂点には3個の面が集まる (4個だと 360° をこえてしまう)
面の数を x とすると，重なりを入れて頂点は $4x$ 個。

したがって，実際は 頂点は $\frac{4x}{3}$ 個，辺は $\frac{4x}{2}$ 個ある。

ここで「オイラーの多面体定理」を利用して

$$\frac{4x}{3} - \frac{4x}{2} + x = 2 \quad \therefore x = 6 \quad \text{つまり 面が正方形のときは正六面体のみである。}$$



⑥ オイラーの多面体定理を利用して、他の正多面体を求めさせる。

○正三角形のとき 正四面体 正八面体 正二十面体

○正五角形のとき 正十二面体

⑦ 結論を導く

正多面体は、正四面体・正六面体・正八面体・正十二面体・正二十面体の5つである。

補足1 【オイラーの多面体定理】

多面体については、頂点、辺、面の数について $(\text{頂点の数}) - (\text{辺の数}) + (\text{面の数}) = 2$ が成り立つ。

問題3 オイラーの多面体定理を考えよう。

展開例

① 4, 5人ずつのグループに分ける。

② 正四面体, 正六面体, 正八面体, 正四角錐, 正十二面体等, 各グループで決めた図形を一つ作らせる。厚紙で展開図を作らせ, 切り取った図形をセロハンテープで貼り付ける。

③ 頂点, 辺, 面の数を調べる。

④ お互いのグループで情報交換しながら, 次のような表を作らせる。

図形	頂点	辺	面
正四面体	4	6	4
正六面体	8	12	6
正八面体	6	12	8
正四角錐	5	8	5
正十二面体	20	30	12

⑤ オイラーの多面体定理

$(\text{頂点の数}) - (\text{辺の数}) + (\text{面の数}) = 2$ に気付かせる。

…＜参考文献＞…

- 『高等学校学習指導要領解説 数学編』文部科学省 平成 21 年 12 月 実教出版
- 『学習指導の工夫改善と充実』無藤隆・嶋野道弘 ぎょうせい 2008 年
- 『高等学校学習指導要領改訂のピンポイント解説』安彦忠彦 明治図書 2009 年
- 『中等教育資料』平成 21 年 6 月号（学習意欲の向上 熊谷啓之） ぎょうせい
- 『高等学校新学習指導要領の展開 数学科編』吉田明史 明治図書 2010 年
- 『算数科の思考力・表現力・活用力』小島宏 文溪堂 2008 年
- 『授業力をみがく 指導ガイドブック』指導書中学校数学 啓林館
- 『分かる授業ができる学習指導案の作り方』大木光夫 Gakken 2008 年
- 『実践教育実習 学習指導案作りと授業実習・記録の要点』教育実習を考える会
- 『授業の手引き(平成 20 年改訂版)』加藤文彦 愛知県総合教育センターウェブページ
www.apec.aichi-c.ed.jp/shoko/kyouka/math-tebiki/h20_tebiki.pdf